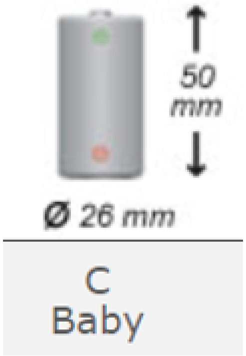
## Problème

Dans une entreprise, les piles de type Baby sont emballées dans des cartons de forme cubique sans couvercle. L'entreprise dispose d'une machine d'emballage qui, à partir d'une plaque en carton ondulé de 31,2 cm de côté, coupe quatre carrés à chaque coin, replie les bords contre les piles placées au centre puis entoure le tout de plastique.
***L'entreprise peut-elle changer la taille des quatre carrés découpés pour que le volume de la boite puisse être optimisé ?***
***Combien de piles de plus pourra-t-on mettre dans chaque carton avec un découpage optimisé ?***




## Ce qu'il faut retenir :

| **Fonction $f$** | **Dérivée $f'$** |
|---|---|
| un nombre réel constant | $0$ |
| $x$ | $1$ |
| $x^2$ | $2x$ |

| **Fonction $f$** | **Dérivée $f'$** |
|---|---|
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $x^n$ où $n$ est entier non nul | $n\,x^{n-1}$ |
| $u + \lambda \times v$ | $u' + \lambda \times v'$ |

### Exercice 1. PISTE BLEUE

Pour chaque fonction, calculer sa dérivée, étudier son signe puis dresser son tableau de variations :

$$a)\ f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \text{ sur } \mathbb{R}$$
$$b)\ g(x) = 5 + x(x-7) \text{ sur } \mathbb{R}$$
$$c)\ h(x) = (3x+1)(2-5x) \text{ sur } \mathbb{R}$$

### Exercice n°2. PISTE BLEUE

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = (7-x)(2x-2)$

a) Développer l'expression de $f(x)$.
b) Calculer la dérivée $f'(x)$.
c) Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variations de $f$.
d) La fonction $f$ admet-elle un maximum ou un minimum ? et combien vaut-il ?
e) Résoudre l'équation $f(x) = 10$.

### Exercice n°3. PISTE BLEUE

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on peut fabriquer des rectangles. **Quelles dimensions doit-on donner à notre rectangle pour que son aire soit maximale ?**

**Exercice n°4. PISTE BLEUE**
Un champ rectangulaire a pour longueur 50 m et pour largeur 40 m. On diminue sa longueur de $x$ mètres et on augmente sa largeur de $x$ mètres. On se demande comment évolue son aire. ***Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ? Combien vaut cette aire maximale ?***

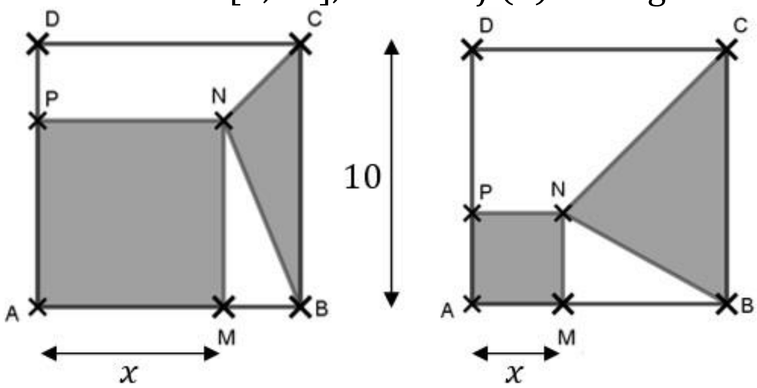
**Exercice 5. PISTE BLEUE**
Une entreprise fabrique entre 0 et 35 ordinateurs par mois. Le résultat d'exploitation, réalisé par la vente de $x$ ordinateurs, est donné en centaines d'euros par

$$f(x) = -x^2 + 30x - 125.$$

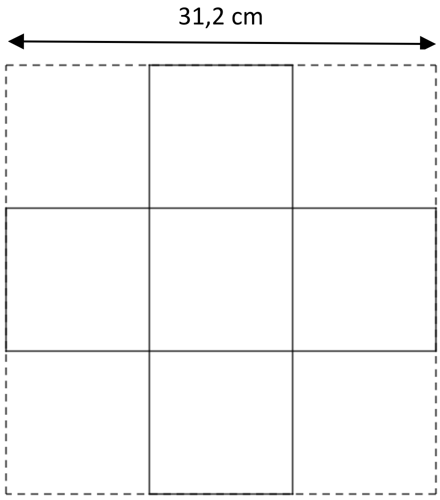
▶1. Combien vaut le résultat d'exploitation pour 10 ordinateurs vendus ?
▶2. Combien faut-il vendre d'ordinateurs pour que le résultat d'exploitation soit de 9000 euros ?
▶3. Déterminer $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 35].
▶4. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de $f$.
▶5. En déduire le nombre d'ordinateurs à produire pour que le résultat d'exploitation soit maximal. Que vaut alors ce maximum ?

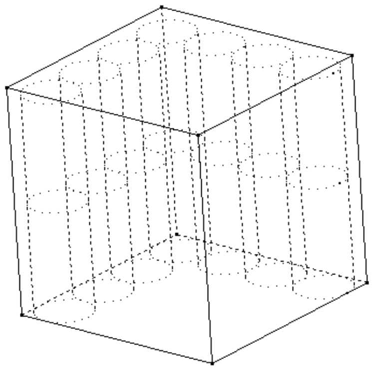
**Exercice n°6. PISTE ROUGE**
ABCD est un rectangle de largeur 5 cm et de longueur 10 cm. Les points M, N, P et Q appartiennent respectivement aux côtés [AB], [BC], [DC] et [AD] tels que AM=BN=CP=DQ.
***Déterminer, en justifiant, la position du point M pour que l'aire du quadrilatère MNPQ soit minimale.***

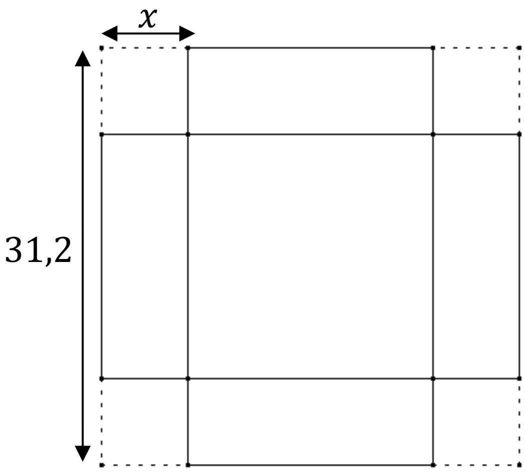
**Exercice n°7. PISTE ROUGE**
$ABCD$ est un carré de côté 10 cm. Le point $M$ est un point mobile sur le segment $[AB]$, on note $x$ la longueur $AM$. On construit le carré AMNP et le triangle NBC.
Pour tout $x \in [0; 10]$, on note $f(x)$ l'aire grisée.




▶1. Démontrer que, pour tout $x \in [0; 5]$ , $f(x) = x^2 - 5x + 50$.
▶2 $a$) Calculer $f'(x)$.
$b$) Déterminer pour quelles valeurs de $x$, $f'(x) > 0$.
$c$) Dresser, alors, le tableau de variations de $f$.
$d$) Pour quelle valeur de $x$, l'aire est-elle minimale, et, que vaut ce minimum ?


31,2 cm




$x$
31,2