

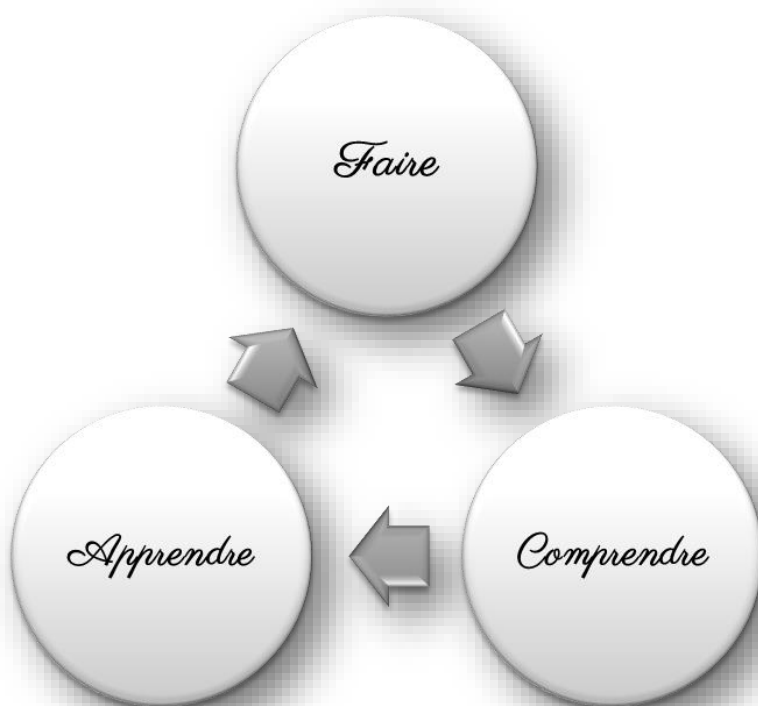


Table des matières

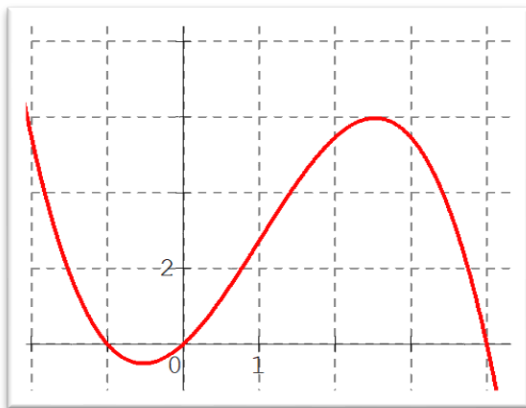
Enoncé du sujet	2
Exercice 1.	2
Exercice 2.	2
Exercice 3.	2
Exercice 4.	2
Exercice 5.	3
Exercice 6.	3
Exercice 7.	3
Correction du sujet	4
Correction de l'exercice 1.....	4
Correction de l'exercice 2.....	4
Correction de l'exercice 3.....	5
Correction de l'exercice 4.....	6
Correction de l'exercice 5.	7
Correction de l'exercice 6.....	8
Correction de l'exercice 7.....	8

BTS $\Rightarrow$ Révisions intégrales
Mathématiques - Calculatrice autorisée

Enoncé du sujet

Exercice 1.

Primitive F	Fonction f	Dérivée f'
	$15x^2 - 8x + 7$	
	$7e^{2x-1} - x$	
$\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$		
	$5 \cos(1 - 3x)$	
		$\cos(3 + 2x)$



Exercice 2.

► 1. Le fonction f est représentée ci-contre.

Quelle est le bon encadrement de l'intégrale I

$$= \int_1^3 f(x) dx ?$$

① $3 \leq I < 6$

② $6 \leq I < 9$

③ $9 \leq I < 12$

④ $12 \leq I < 18$

⑤ $18 \leq I \leq 22$

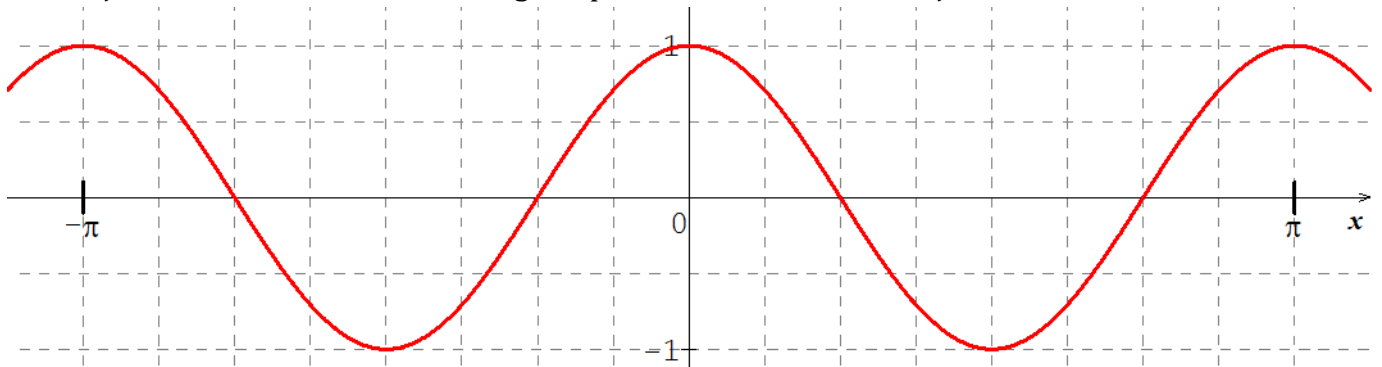
► 2. Calculez en détaillant $J = \int_0^1 (6x^2 - 4x + 1) dx$

Exercice 3.

Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $f(x) = \cos(2x)$.

► 1. Hachurer l'aire représentée par l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$

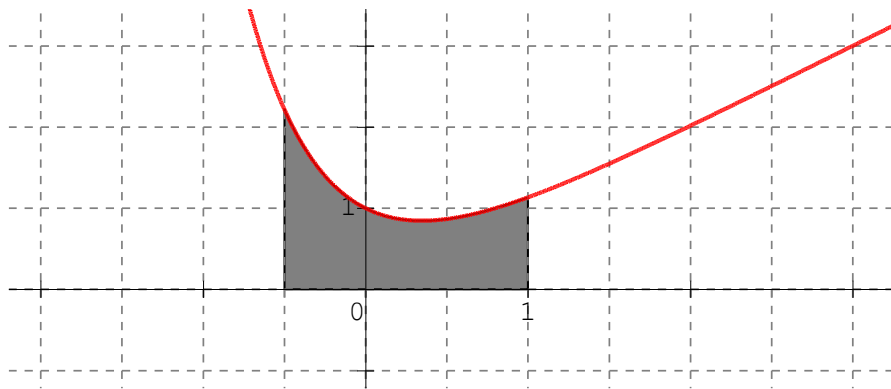
► 2. Conjecturer la valeur de cette intégrale puis démontrer votre conjecture.



Exercice 4.

► 1. Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $g(x) = x + e^{-2x}$.

Ecrire l'intégrale représentant l'aire hachurée ci-dessous puis calculer cette intégrale.



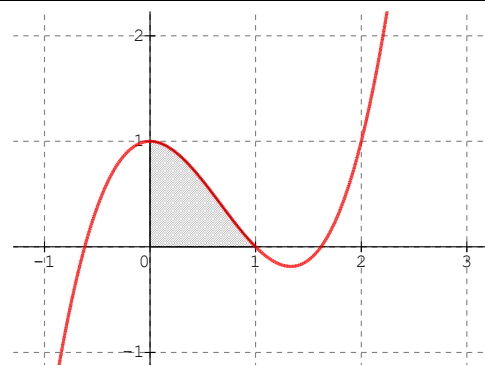
► 2. Déterminer l'intégrale de la fonction $h(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ entre les bornes 0 et 2.

Exercice 5.

Dans le repère orthonormé d'unité 1 cm ci-dessous, on a tracé la courbe de la fonction

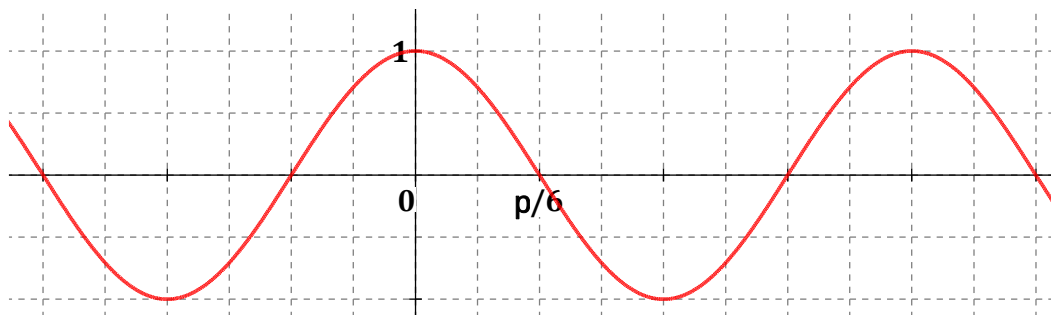
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1 \text{ définie sur } \mathbb{R}.$$

Déterminer l'aire de la surface hachurée.



Exercice 6.

Dans le repère orthonormé ci-contre, on a tracé la courbe de la fonction, définie sur $\mathbb{R}$, $f(x) = \cos(3x)$.



$$\text{Soit } \mathcal{A} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(3x) dx.$$

Hachurer, dans le repère ci-contre, le domaine correspondant à l'intégrale $\mathcal{A}$.
Calculer l'intégrale $\mathcal{A}$.

Exercice 7.

Calculer la valeur moyenne des fonctions suivantes :

► 1. $f(x) = e^{1-4x} + e^x$ sur $[-1; 3]$

► 2. $g(x) = \sin(2x + \pi)$ sur $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

► 3. $h(x) = \frac{3x^2}{x^3 + 1}$ sur $[0; 3]$.

BTS ➡ Révisions intégrales
Mathématiques
Correction du sujet

Correction de l'exercice 1.

Primitive F	Fonction f	Dérivée f'
	$15x^2 - 8x + 7$	
	$7e^{2x-1} - x$	
$\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$		
	$5 \cos(1 - 3x)$	
		$\cos(3 + 2x)$



Primitive F	Fonction f	Dérivée f'
$5x^3 - 4x^2 + 7x$	$15x^2 - 8x + 7$	$30x - 8$
$\frac{7}{2} e^{2x-1} - \frac{x^2}{2}$	$7e^{2x-1} - x$	$14 e^{2x-1} - 1$
$\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$	$\pi \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$	$-\pi^2 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$
$-\frac{5}{3} \sin(1 - 3x)$	$5 \cos(1 - 3x)$	$15 \sin(1 - 3x)$
$-\frac{1}{4} \cos(3 + 2x)$	$\frac{1}{2} \sin(3 + 2x)$	$\cos(3 + 2x)$



Correction de l'exercice 2.



► 1. Le fonction f est représentée ci-contre.

Quelle est le bon encadrement de l'intégrale I

$$= \int_1^3 f(x) dx ?$$

① $3 \leq I < 6$

② $6 \leq I < 9$

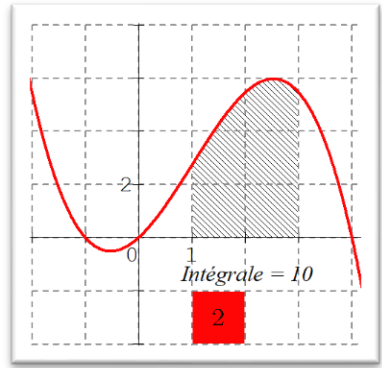
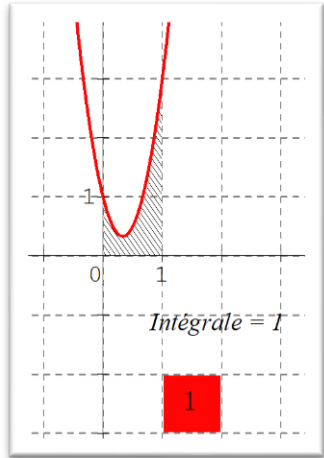
③ $9 \leq I < 12$

④ $12 \leq I < 18$

⑤ $18 \leq I \leq 22$

► 2. Calculez en détaillant $J = \int_0^1 (6x^2 - 4x + 1) dx$



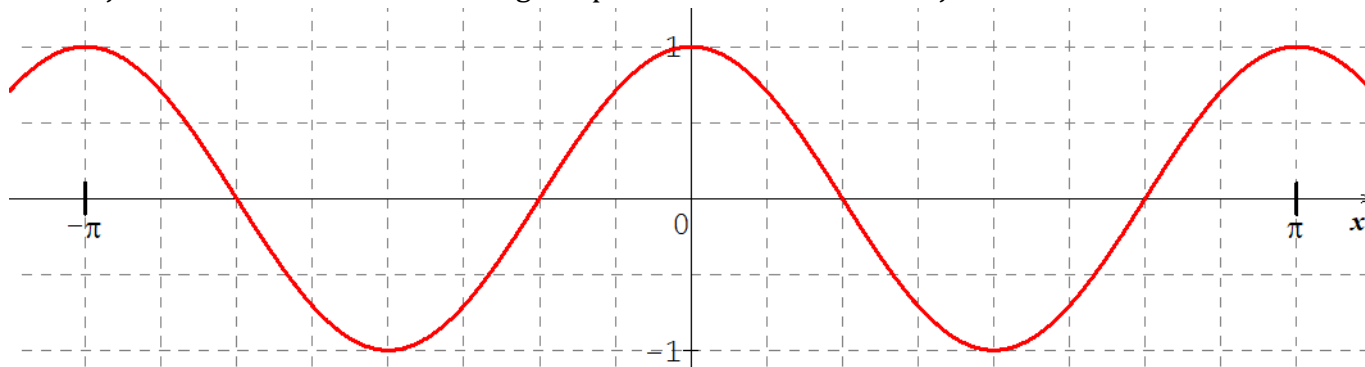
Exercice 2.	1.	Le bon encadrement est donc le n° ③ $9 \leq I < 12$.	
	2.	$J = \int_0^1 (6x^2 - 4x + 1) dx$ Je cherche une primitive de la fonction $x \mapsto 6x^2 - 4x + 1$ $J = [2x^3 - 2x^2 + x]_0^1$ $J = \left[\underbrace{2 \times 1^3 - 2 \times 1^2 + 1}_{\text{on remplace x par 1}} \right] - \left[\underbrace{2 \times 0^3 - 2 \times 0^2 + 0}_{\text{on remplace x par 0}} \right]$ $J = 2 - 2 + 1 - 0 = 1$	

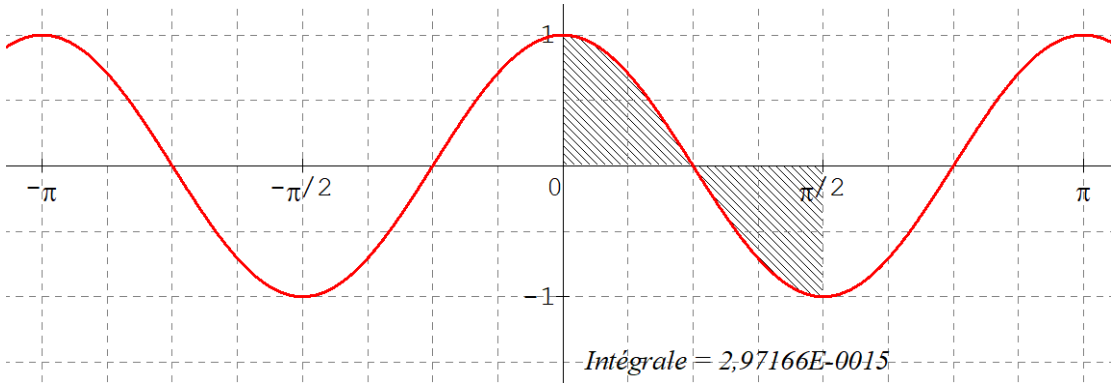


Correction de l'exercice 3.

Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $f(x) = \cos(2x)$.

- 1. Hachurer l'aire représentée par l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$
- 2. Conjecturer la valeur de cette intégrale puis démontrer votre conjecture.



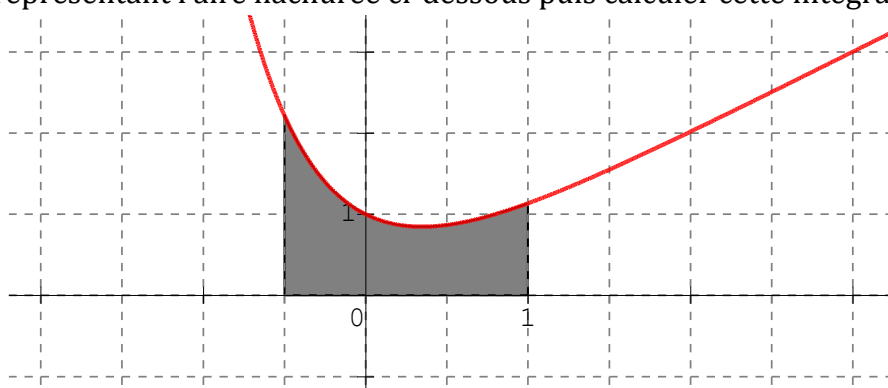
Exercice 3.	1.	 <i>Intégrale = 2,97166E-0015</i>
	2.	Je conjecture que l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$ sera égale à 0. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx = \left[\frac{1}{2} \sin(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx = \frac{1}{2} \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin(2 \times 0)$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx = \frac{1}{2} \sin(\pi) - \frac{1}{2} \sin(0)$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx = 0 - 0 = 0$ <i>On pourra remarquer que le logiciel utilisé pour tracer la courbe ci-dessus ne trouve pas 0 pour l'intégrale mais un nombre très « petit » $2,97166 \times 10^{-15}$, l'erreur est due aux arrondis.</i>



Correction de l'exercice 4.

► 1. Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $g(x) = x + e^{-2x}$.

Ecrire l'intégrale représentant l'aire hachurée ci-dessous puis calculer cette intégrale.



► 2. Déterminer l'intégrale de la fonction $h(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ entre les bornes 0 et 2.



L'aire hachurée est représentée par l'intégrale

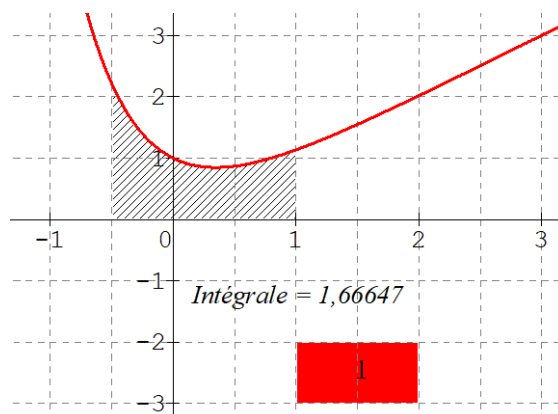
$$\int_{-0,5}^1 (x + e^{-2x}) dx$$

$$\int_{-0,5}^1 (x + e^{-2x}) dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} e^{-2x} \right]_{-0,5}^1$$

$$= \left[\frac{1^2}{2} - \frac{1}{2} e^{-2 \times 1} \right] - \left[\frac{(-0,5)^2}{2} - \frac{1}{2} e^{-2 \times (-0,5)} \right]$$

1. $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-2} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2} e^1$

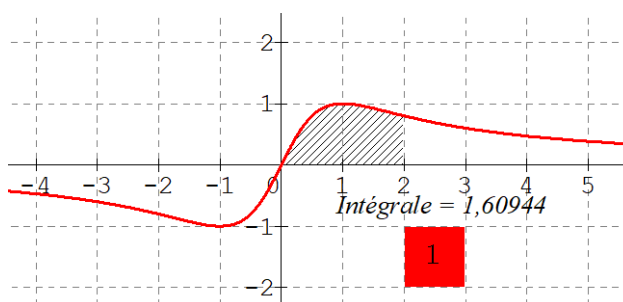
$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2} e^1 \approx 1,67$$



$$\int_0^2 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = [\ln(x^2 + 1)]_0^2$$

$$= \ln(2^2 + 1) - \ln(0^2 + 1)$$

$$= \ln(5) - \ln(1) \approx 1,61$$

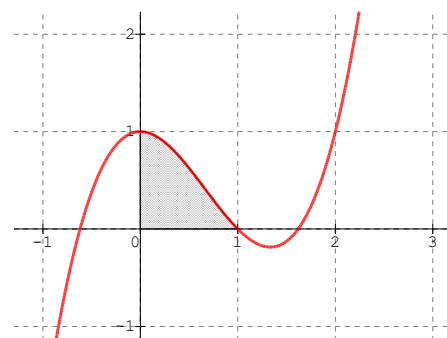


Correction de l'exercice 5.

Dans le repère orthonormé d'unité 1 cm ci-dessous, on a tracé la courbe de la fonction

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1 \text{ définie sur } \mathbb{R}.$$

Déterminer l'aire de la surface hachurée.



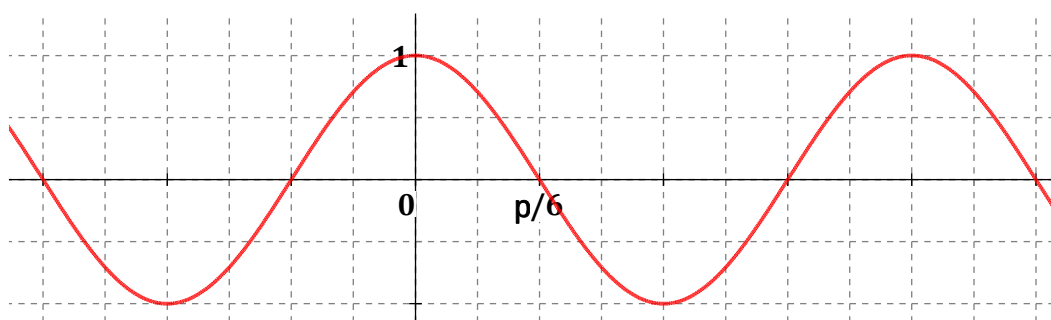
Exercice 5.

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 (x^3 - 2x^2 + 1) dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x \right]_0^1 \\ &= \frac{1^4}{4} - \frac{2 \times 1^3}{3} + 1 - 0 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + 1 \\ &= \frac{7}{12}\end{aligned}$$



Correction de l'exercice 6.

Dans le repère orthonormé ci-contre, on a tracé la courbe de la fonction, définie sur $\mathbb{R}$, $f(x) = \cos(3x)$.

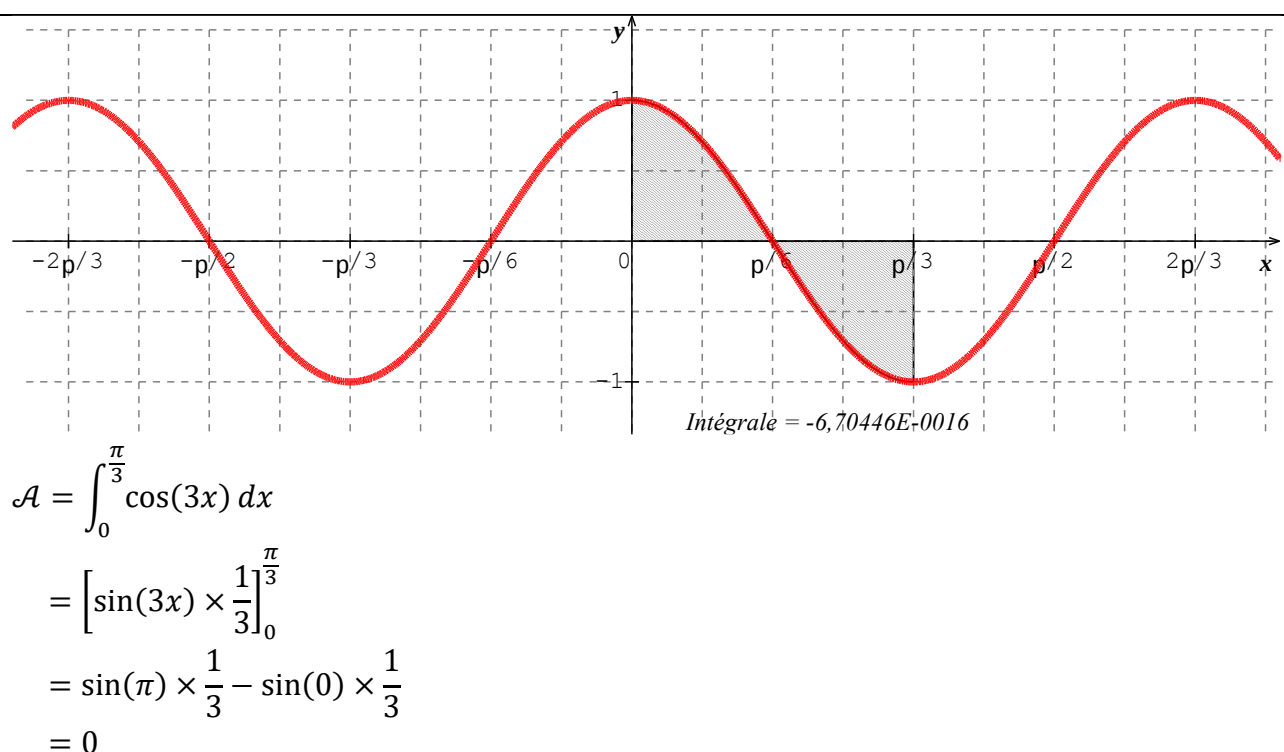


Soit $\mathcal{A} = \int_0^{\pi/3} \cos(3x) dx$.

Hachurer, dans le repère ci-contre, le domaine correspondant à l'intégrale $\mathcal{A}$.
Calculer l'intégrale $\mathcal{A}$.



Exercice 6.



Correction de l'exercice 7.

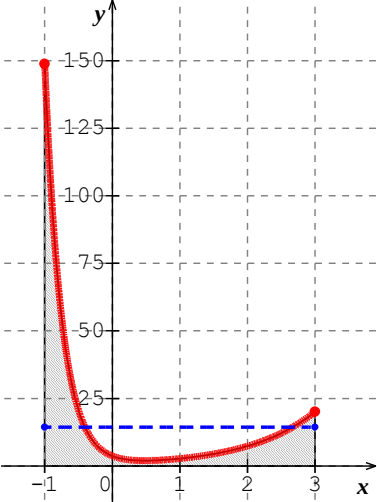
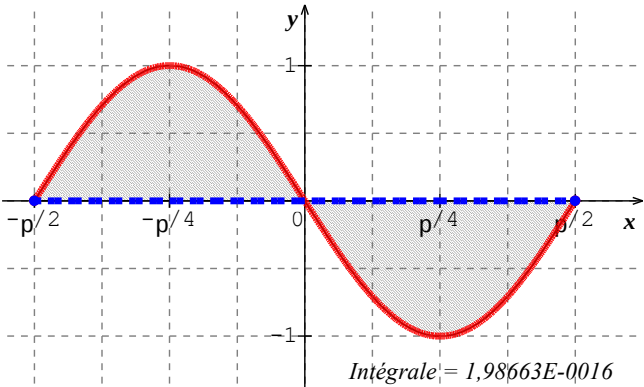
Calculer la valeur moyenne des fonctions suivantes :

► 1. $f(x) = e^{1-4x} + e^x$ sur $[-1; 3]$

► 2. $g(x) = \sin(2x + \pi)$ sur $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

► 3. $h(x) = \frac{3x^2}{x^3 + 1}$ sur $[0; 3]$.



Exercise 7.	1.	$V_m(f) = \frac{1}{3 - (-1)} \int_{-1}^3 (e^{1-4x} + e^x) dx$ $= \frac{1}{3 + 1} \left[e^{1-4x} \times \frac{1}{-4} + e^x \right]_{-1}^3$ $= \frac{1}{4} \left(e^{1-12} \times \frac{1}{-4} + e^3 - \left(e^{1+4} \times \frac{1}{-4} + e^{-1} \right) \right)$ $= \frac{1}{4} \left(\frac{-e^{-11}}{4} + e^3 + \frac{e^5}{4} + e^{-1} \right)$ $\approx 14,389$ 
	2.	$V_m(g) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x + \pi) dx$ $V_m(g) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}} \left[-\cos(2x + \pi) \times \frac{1}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$ $V_m(g) = \frac{1}{\pi} \left(-\cos\left(2 \times \frac{\pi}{2} + \pi\right) \times \frac{1}{2} + \cos\left(2 \times \frac{-\pi}{2} + \pi\right) \times \frac{1}{2} \right)$ $V_m(g) = \frac{1}{\pi} \left(-\cos(2\pi) \times \frac{1}{2} + \cos(0) \times \frac{1}{2} \right)$ $V_m(g) = \frac{1}{\pi} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$  Intégrale = 1,98663E-0016

$$V_m(h) = \frac{1}{3-0} \int_0^3 \frac{3x^2}{x^3+1} dx$$

$$V_m(h) = \frac{1}{3} [\ln(x^3+1)]_0^3$$

$$V_m(h) = \frac{1}{3} (\ln(3^3+1) - \ln(0^3+1))$$

$$V_m(h) = \frac{1}{3} (\ln(28) - \ln(1))$$

$$V_m(h) = \frac{1}{3} \ln(28) \approx 1,111$$

