Règles de dérivation

$(x)' = 1$

$(x^2)' = 2x$

$(x^3)' = 3x^2$

$(x^4)' = 4x^3$

…

$(x^n)' = n\,x^{n-1}$

λ est une constante

$(u+\lambda)' = u' + 0 = u'$

$(\lambda \times u)' = \lambda \times u'$

Cela signifie que lorsque l'on dérive :

- *une constante ajoutée ou soustraite s'annule*
- *mais une constante multipliée ou divisée se conserve*

1er exemple :

Déterminons la dérivée de la fonction $f(x) = 3x^3 + 6x^2 - 8x + 4$.

$$f(x) = 3x^3 + 6x^2 - 8x + 4.$$

Dans ce cas, la dérivée est alors :

$$f'(x) = 3 \times 3x^2 + 6 \times 2x - 8 \times 1 + 0$$

$$f'(x) = 9x^2 + 12x - 8$$

2e exemple :

Déterminons la dérivée de la fonction $g(x) = 5x^4 - 7x^3 + \frac{x^2}{2} + 5x - 1$.

$$g(x) = 5x^4 - 7x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$$

Dans ce cas, la dérivée est alors :

$$g'(x) = 5 \times 4x^3 - 7 \times 3x^2 + \frac{1}{2} \times 2x + 5 \times 1 - 0$$

$$g'(x) = 20x^3 - 21x^2 + x + 5$$

A votre tour ...

Exercice :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

▶1. $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ sur $\mathbb{R}$

▶2. $g(x) = 7x^4 - 3x^3 + x^2 - x + 4$ sur $\mathbb{R}$

▶3. $h(x) = x(2x^2 - 1) + 4x - 3$ définie sur $\mathbb{R}$

▶4. $k(x) = (x + 3)(2x - 5) - 5x - 1$ définie sur $\mathbb{R}$

▶5. $l(x) = (x^2 + 1)(3x - 7) - x(2x - 1)$ définie sur $\mathbb{R}$

Correction :

▶1. $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ sur $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 6x - 5$$

▶2. $g(x) = 7x^4 - 3x^3 + x^2 - x + 4$ sur $\mathbb{R}$

$$g'(x) = 28x^3 - 9x^2 + 2x - 1$$

▶3. $h(x) = x(2x^2 - 1) + 4x - 3$ définie sur $\mathbb{R}$

$h(x) = x(2x^2 - 1) + 4x - 3 = 2x^3 - x + 4x - 3 = 2x^3 + 3x - 3$

$$h'(x) = 6x^2 + 3$$

▶4. $k(x) = (x + 3)(2x - 5) - 5x - 1$ définie sur $\mathbb{R}$

$k(x) = 2x^2 - 5x + 6x - 15 - 5x - 1$

$k(x) = 2x^2 - 4x - 16$

$$k'(x) = 4x - 4$$

▶5. $l(x) = (x^2 + 1)(3x - 7) - x(2x - 1)$ définie sur $\mathbb{R}$

$l(x) = 3x^3 - 7x^2 + 3x - 7 - 2x^2 + x$

$l(x) = 3x^3 - 9x^2 + 4x - 7$

$$l'(x) = 9x^2 - 18x + 4$$