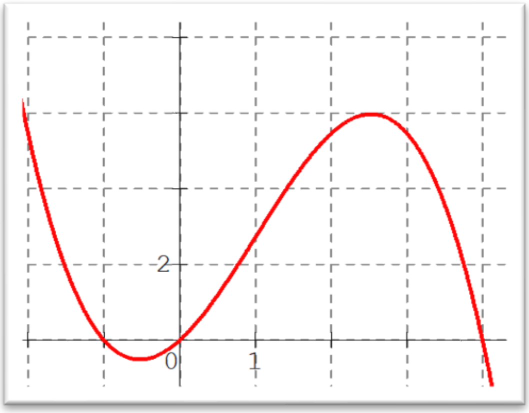
EXERCICE 1. (9 points)

▶ 1. Le fonction f est représentée ci-contre.



Quelle est le bon encadrement de l'intégrale $I = \int_1^3 f(x)dx$?

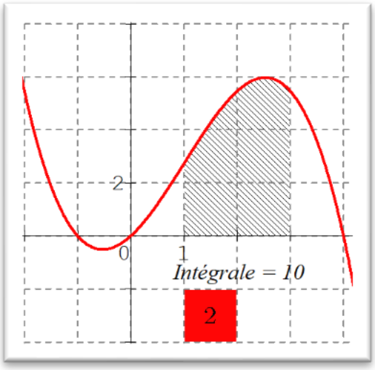
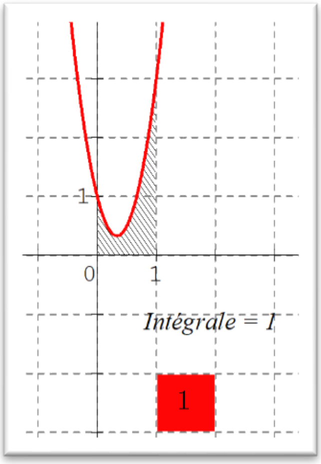
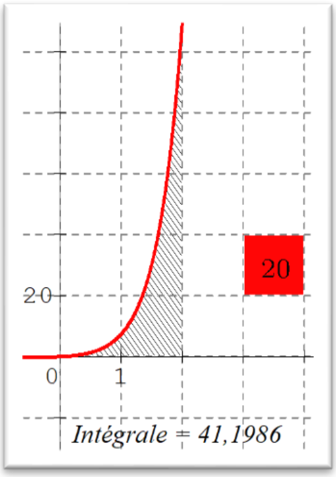
① $3 \leq I < 6$ ② $6 \leq I < 9$

③ $9 \leq I < 12$ ④ $12 \leq I < 18$ ⑤ $18 \leq I \leq 22$

▶ 2. Calculez en détaillant $J = \int_0^1 (6x^2 - 4x + 1)dx$

▶ 3. En utilisant une intégration par parties

$\int uv' = [uv] - \int u'v$, calculez en détaillant $K = \int_0^2 x\, e^{2x} dx$

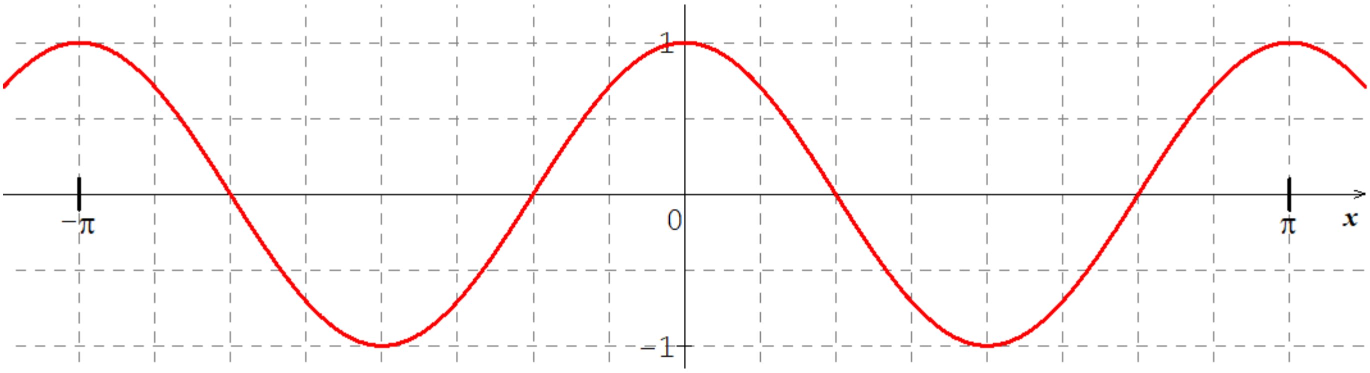
Exercice 1.	1.	Le bon encadrement est donc le n°③ $\mathbf{9 \leq I < 12}$.  	1
	2.	$J = \int_0^1 (6x^2 - 4x + 1)dx$ Je cherche une primitive de la fonction $x \longmapsto 6x^2 - 4x + 1$ $J = [2x^3 - 2x^2 + x]_0^1$ $J = \left[\underbrace{2 \times 1^3 - 2 \times 1^2 + 1}_{\text{on remplace x par 1}}\right] - \left[\underbrace{2 \times 0^3 - 2 \times 0^2 + 0}_{\text{on remplace x par 0}}\right]$ $\mathbf{J = 2 - 2 + 1 - 0 = 1}$  	3
	3.	$K = \int_0^2 x\, e^{2x} dx$ $\quad u = x \quad u' = 1$; $v' = e^{2x} \quad v = \frac{1}{2} e^{2x}$ $K = \left[\underbrace{x \times \frac{1}{2} e^{2x}}_{uv}\right]_0^2 - \int_0^2 \underbrace{1 \times \frac{1}{2} e^{2x}}_{u'v} dx$ $K = 2 \times \frac{1}{2} e^{2\times 2} - 0 - \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} e^{2x}\right]_0^2$ $K = e^4 - \left(\frac{1}{4} e^{2\times 2} - \frac{1}{4} e^{2\times 0}\right) = e^4 - \frac{1}{4} e^4 + \frac{1}{4}$ $\mathbf{= \frac{3}{4} e^4 + \frac{1}{4} \approx 41,2}$  	5

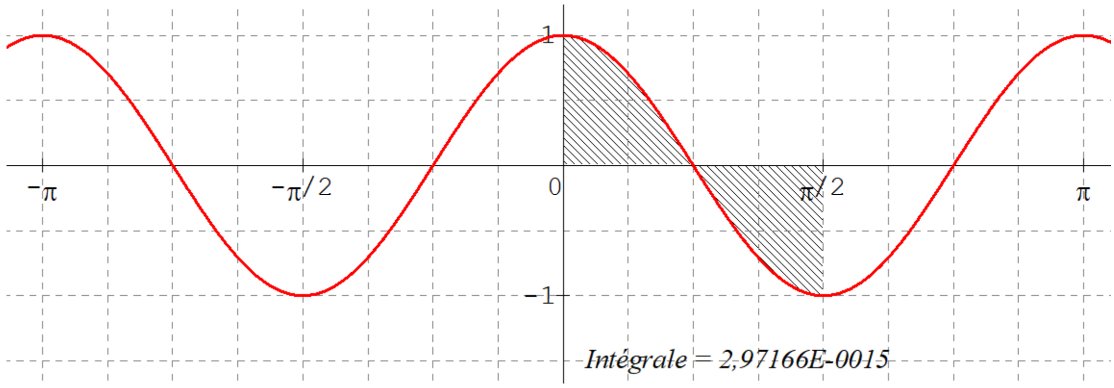
EXERCICE 2 (4 points)

Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $f(x) = \cos(2x)$.

▶ 1. Hachurer l'aire représentée par l'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx$

▶ 2. Conjecturer la valeur de cette intégrale puis démontrer votre conjecture.



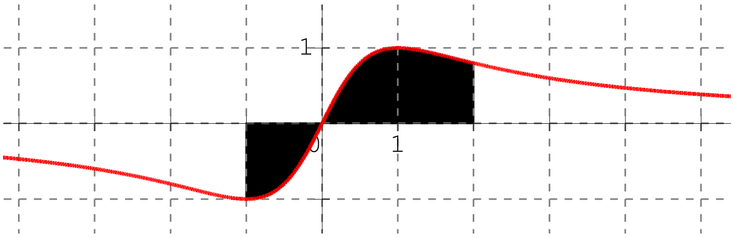
<table>
<tr><td rowspan="2">Exercice 2</td><td>1.</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Je conjecture que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx$ sera égale à 0.
$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx = \left[\frac{1}{2}\sin(2x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$
$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx = \frac{1}{2}\sin\left(2\times\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2}\sin(2\times 0)$
$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx = \frac{1}{2}\sin(\pi) - \frac{1}{2}\sin(0)$
$\displaystyle\boldsymbol{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x)\,dx = 0 - 0 = 0}$

On pourra remarquer que le logiciel utilisé pour tracer la courbe ci-dessus ne trouve pas 0 pour l'intégrale mais un nombre très « petit » $2{,}97166\times 10^{-15}$*, l'erreur est due aux arrondis.*</td><td>3</td></tr>
</table>

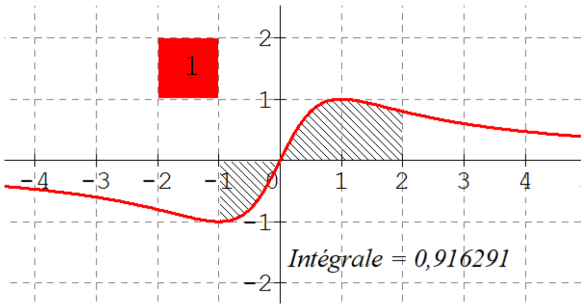
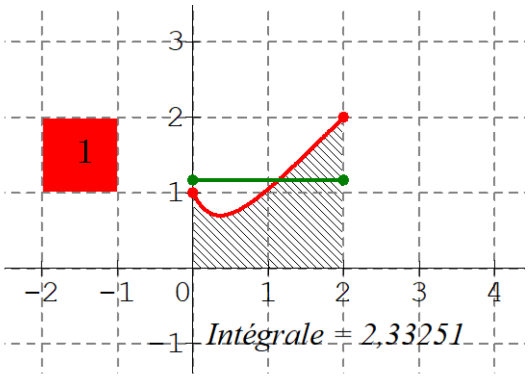
EXERCICE 3 (7 points)

▶ 1. Dans le repère ci-dessous, la fonction représentée est $g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

Ecrire l'intégrale hachurée ci-dessous puis calculer cette intégrale.



▶ 2. Déterminer la valeur moyenne de la fonction $h(x) = x + e^{-3x}$ sur l'intervalle $[0; 2]$.

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Exercice 3.</td>
<td>1.</td>
<td>L'intégrale hachurée est
$\displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{2x}{x^2+1}dx.$

$\displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{2x}{x^2+1}dx = [\ln(x^2+1)]_{-1}^{2}$
$= \ln(2^2+1) - \ln((-1)^2+1)$
$= \mathbf{\ln(5) - \ln(2) \approx 0,916}$</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>2.</td>
<td>
$\displaystyle\int_0^2 (x + e^{-3x})dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}e^{-3x}\right]_0^2$
$\displaystyle= \left[\frac{2^2}{2} - \frac{1}{3}e^{-3\times 2}\right] - \left[\frac{0^2}{2} - \frac{1}{3}e^{-3\times 0}\right]$
$\displaystyle= 2 - \frac{1}{3}e^{-6} + \frac{1}{3}$
$\displaystyle= \mathbf{\frac{7}{3} - \frac{1}{3}e^{-6} \approx 2,33}$
La valeur moyenne vaut donc
$\displaystyle\frac{1}{2}\int_0^2 (x + e^{-3x})dx = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{3} - \frac{1}{3}e^{-6}\right) = \mathbf{\frac{7 - e^{-6}}{6} \approx 1,166}$</td>
<td>4</td>
</tr>
</table>