

**EXERCICE 1. (12 points)**

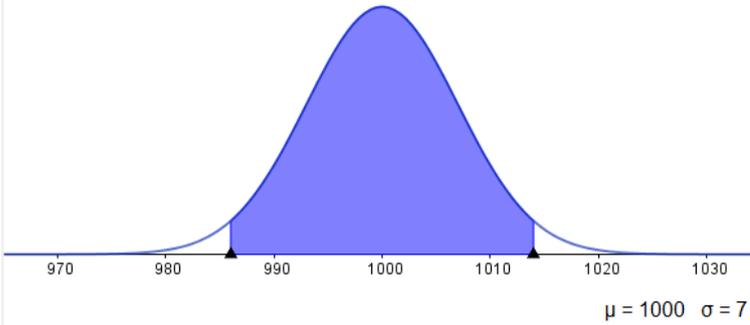
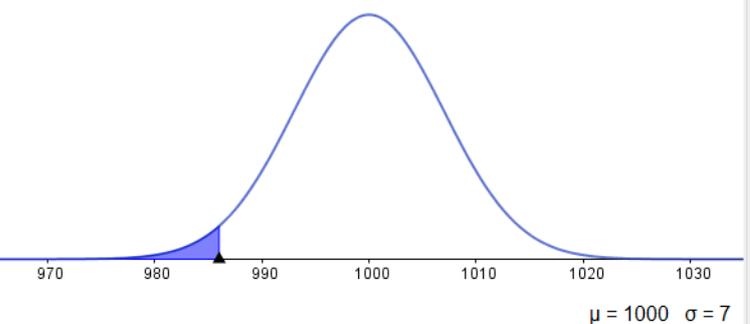
Une entreprise achète du sucre et le revend après conditionnement à des grossistes pour le marché de la grande distribution. *Les résultats seront arrondis à  $10^{-3}$  près.*

**Partie A : Loi normale**

Une ensacheuse de l'usine conditionne des paquets de sucre en poudre de 1 kg. La masse  $M$  en gramme d'un paquet est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne  $m = 1000$  et d'écart-type  $\sigma = 7$ .

a) Déterminer  $P(986 < M < 1014)$ .

b) Déterminer  $P(0 < M < 986)$ . Un paquet est refusé si sa masse est inférieure à 986 grammes. Quelle est la probabilité pour qu'un paquet conditionné par cette machine soit accepté ?

Exercice 1. Partie A	a)	$P(986 < M < 1014)$ $\approx 0,9545$	 <p style="text-align: right;"><math>\mu = 1000 \quad \sigma = 7</math></p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Normale</p> <p><math>\mu</math> 1000 <math>\sigma</math> 7</p> <p><math>P(986 \leq X \leq 1014) = 0.9545</math></p> </div>	<b>1</b>
	b)	$P(0 < M < 986)$ $\approx 0,022$ <p>Un paquet conditionné par cette machine a une probabilité de 0,978 d'être accepté.</p>	 <p style="text-align: right;"><math>\mu = 1000 \quad \sigma = 7</math></p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Normale</p> <p><math>\mu</math> 1000 <math>\sigma</math> 7</p> <p><math>P(0 \leq X \leq 986) = 0.0228</math></p> </div>	<b>1,5</b>

**Partie B : Loi binomiale**

Dans la suite de l'exercice, on arrondit à 0,02 la probabilité  $p$  pour qu'un paquet conditionné dans l'usine soit refusé, ainsi  $p = 0,02$ . On s'intéresse au stock journalier de paquets conditionnés dans l'usine. On prélève au hasard 100 paquets parmi le stock. Le stock est suffisamment important pour

que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de paquets à rejeter dans cet échantillon.

a) Quelle est la loi de probabilité de  $X$  ? On donnera ses paramètres.

b) Quelle est la probabilité qu'aucun paquet parmi ces 100 paquets ne soit refusés ?

c) Calculer la probabilité que, parmi ces 100 paquets, au moins un paquet soit refusé.

<b>Exercice 1. Partie B</b>	<b>a)</b>	<p>On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, l'alternative :</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Alors, <math>X</math> le nombre de paquets à rejeter suit une loi binomiale de paramètres <math>n = 100</math> et <math>p = 0,02</math>.</p>	<b>1</b>
	<b>b)</b>	<p>La probabilité qu'aucun paquet parmi ces 100 paquets ne soit refusé est :</p> $P(X = 0) = 0,98^{100} \approx 0,133$	<b>1,5</b>
	<b>c)</b>	<p>La probabilité que, parmi ces 100 paquets, au moins un paquet soit refusé est <math>P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,98^{100} \approx 0,867</math></p>	<b>1,5</b>

### Partie C : Probabilités conditionnelles

Dans la production totale, 80 % des paquets proviennent de l'ensacheuse  $M_1$  et le reste provient de l'ensacheuse  $M_2$ . La machine  $M_1$  produit 2% d'objets non conformes et la machine  $M_2$  en produit 5%.

► 1. Représenter la situation par un arbre.

► 2. On prélève au hasard un objet dans la production. Calculer la probabilité que cet objet soit conforme.

► 3. On prélève au hasard un objet dans la production et on constate qu'il est conforme. Quelle est alors la probabilité (arrondie au millième) que cet objet provienne de la machine  $M_1$  ?

► 4. On prélève au hasard un objet qui est non conforme. Quelle est alors la probabilité (arrondie au millième) que cet objet ne provienne pas de la machine  $M_1$  ?

	<p>On note <math>C</math> l'événement l'objet est conforme et <math>\bar{C}</math> l'événement l'objet est non conforme.</p>		<p><b>1</b></p>
	<p><b>2.</b></p>	<p><math>P(C) = 0,8 \times 0,98 + 0,2 \times 0,95 = 0,784 + 0,19 = 0,974</math></p>	<p><b>1,5</b></p>
	<p><b>3.</b></p>	$P_C(M_1) = \frac{P(C \cap M_1)}{P(C)} = \frac{0,8 \times 0,98}{0,974} \approx 0,8049 \approx 0,805$	<p><b>1,5</b></p>
	<p><b>4.</b></p>	$P_{\bar{C}}(M_2) = \frac{P(\bar{C} \cap M_2)}{P(\bar{C})} = \frac{0,2 \times 0,05}{1 - 0,974} \approx 0,3846 \approx 0,385$	<p><b>1,5</b></p>

**EXERCICE 2. (3 points)**

Le glucose apporte l'énergie aux différents tissus de l'organisme. Si le taux de glucose dans le sang reste stable même après un repas ou après un effort physique, c'est qu'il existe un système régulateur complexe dans lequel l'insuline joue un rôle primordial. La glycémie (taux de glucose dans le sang) oscille entre 0.8 et 1,26 g/L à jeun le matin. Selon l'Organisation mondiale de la santé, il y a diabète quand la glycémie à jeun est supérieure ou égale à 1,26 g/L.

Quatre-vingt patients ont accepté de participer à un essai clinique pour un médicament contre le diabète. Après tirage au sort, la moitié des patients (Groupe A) a pris le médicament pendant un mois, et l'autre moitié (Groupe B) a pris un placebo.

Voici les mesures des glycémies à jeun en g/L des deux groupes après le mois d'essai :

	[0,86; 1,06[	[1,06; 1,26[	[1,26; 1,46[	[1,46; 1,66[	[1,66; 1,86[	[1,86; 2,06[
Grpe A	5	10	13	6	4	2
Grpe B	5	6	8	8	6	7

Comparer les deux groupes. En justifiant, peut-on dire que le médicament est efficace ?

<b>Exercice 2.</b>		Moyenne	Ecart-type	Min	1 <sup>er</sup> quartile	Médiane	3 <sup>e</sup> quartile	Max	<b>3</b>
	Grpe A	1,36	0,2645	0,86	1,16	1,36	1,56	2,06	
	Grpe B	1,485	0,3246	0,86	1,16	1,56	1,76	2,06	

Le médicament semble efficace. Les mesures de glycémie sont globalement plus basses dans le groupe A (moyenne et médiane). D'autre part, les indicateurs de dispersion sont aussi plus bas dans le groupe A, ce qui signifie que les glycémies du groupe A sont plus stables et mieux contrôlées.

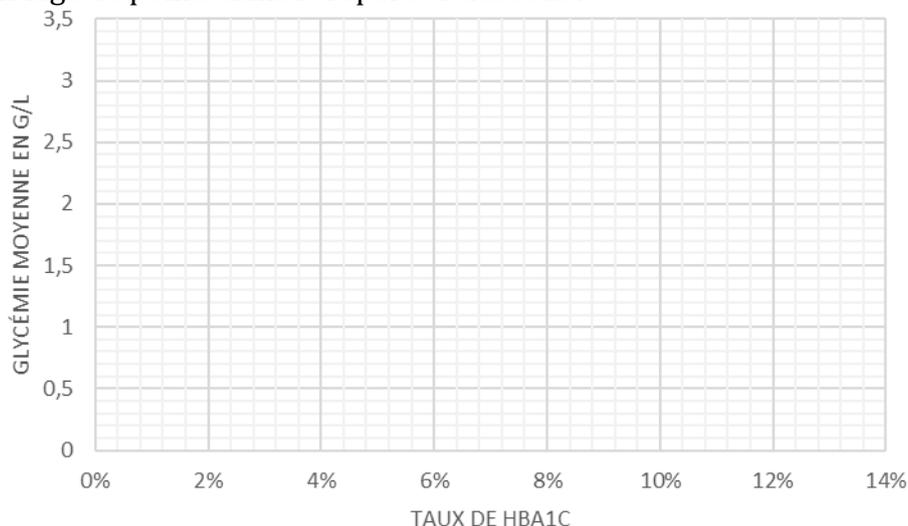
### EXERCICE 3. (5 points)

La rétinopathie désigne une atteinte des petits vaisseaux sanguins de la rétine pouvant, à terme, engendrer une cécité (rendre aveugle). Il existe plusieurs causes pouvant être sources de rétinopathie dont les principales sont le diabète et l'hypertension artérielle.

Une simple prise de sang au laboratoire permet de doser l'hémoglobine glyquée (HbA1c). Une étude a comparé le taux d'HbA1c aux glycémies moyennes d'un échantillon de patients. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

$x_i$ taux de HbA1c	5%	7%	8%	9%	12%
$y_i$ glycémie moyenne en g/L	0,9	1,5	1,8	2,1	3

► 1. Compléter le nuage de points dans le repère ci-dessous :



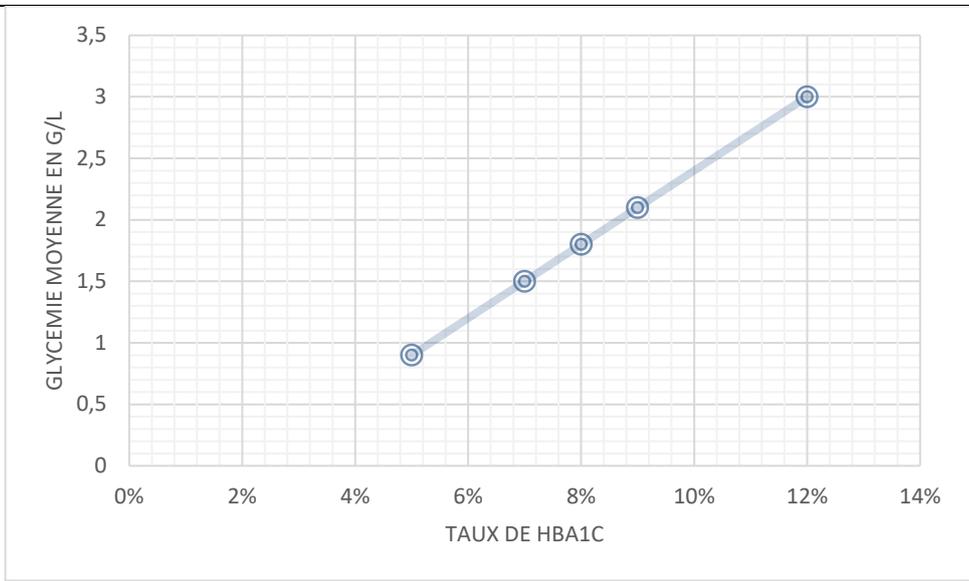
► 2. Déterminer l'équation de la droite de régression de cette série.

► 3a) A l'aide de cette modélisation, déterminer la glycémie moyenne d'un patient dont le taux de HbA1c est de 11%.

b) On parle de diabète lorsque la glycémie moyenne est supérieure à 1,26 g/L, à quel taux de HbA1c cela correspond-il ?

**Exercice 3.**

**1.  
2.**



**1,5**

L'équation de la droite de régression est :  $y = 0,3x - 0,6$

**3a**

A l'aide de cette modélisation, la glycémie moyenne d'un patient dont le taux de HbA1c est de 11% vaut :  
 $y = 0,3 \times 11 - 0,6 = 2,7$  g/L

**1,5**

**3b**

$$\begin{aligned}
 1,26 &= 0,3x - 0,6 \\
 1,26 + 0,6 &= 0,3x \\
 1,86 &= 0,3 \times x \\
 \frac{1,86}{0,3} &= x \\
 x &= 6,2
 \end{aligned}$$

On parle de diabète lorsque la glycémie moyenne est supérieure à 1,26 g/L, cela correspond à un taux de HbA1c qui vaut 6,2%

**2**