

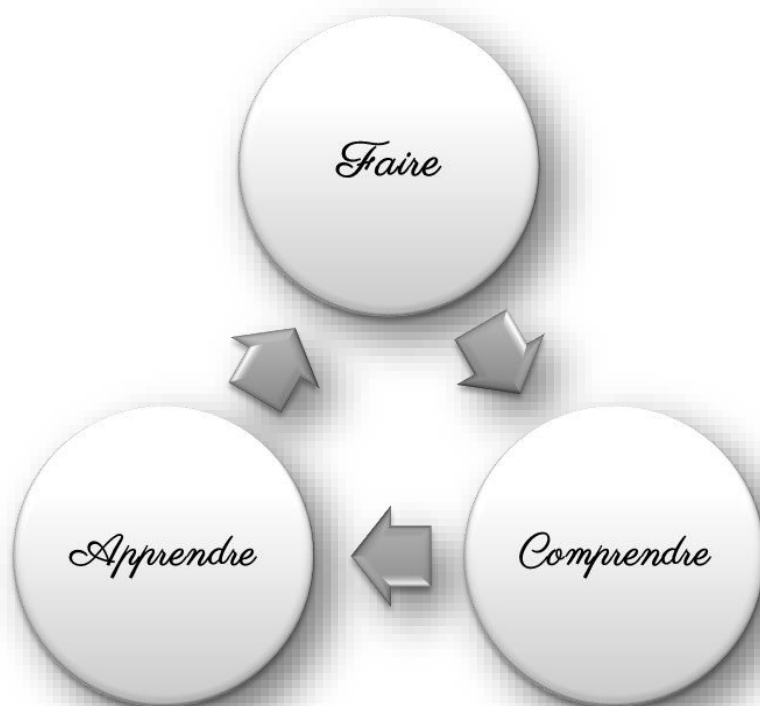


Table des matières

Enoncé du sujet A	2
Exercice 1. (6 points)	2
Exercice 2. (5 points)	2
Exercice 3. (9 points)	2
Enoncé du sujet B	3
Exercice 1. (6 points)	3
Exercice 2. (5 points)	3
Exercice 3. (9 points)	3
Correction du sujet A	4
Correction de l'exercice 1. (6 points)	4
Correction de l'exercice 2. (5 points)	5
Correction de l'exercice 3. (9 points)	5
Correction du sujet B	7
Correction de l'exercice 1. (6 points)	7
Correction de l'exercice 2. (5 points)	8
Correction de l'exercice 3. (9 points)	8

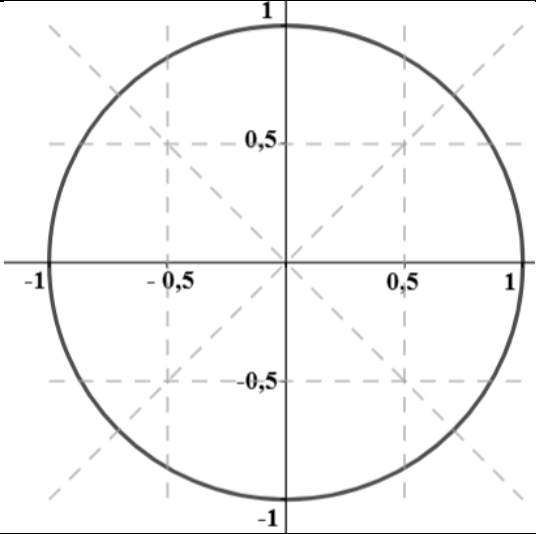
BTS $\Rightarrow$ Contrôle n° 2
Mathématiques - Calculatrice autorisée
Enoncé du sujet A

Exercice 1. (6 points)

Soit la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 + 10 \ln(x)$

- ❶ Calculer $f'(x)$
- ❷ Etudier le signe de $f'(x)$.
- ❸ En déduire le tableau de variations de la fonction f .

Exercice 2. (5 points)

❶	Placer les angles sur le cercle trigonométrique	
	-12π $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{2\pi}{3}$ $\frac{4295\pi}{6}$	
❷	Déterminer les valeurs exactes	
	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) =$ $\sin(3\pi) =$	
❸	Déterminer le ou les angles x tels que :	
	$\sin(x) = \frac{-1}{2}$	$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 3. (9 points)

La température de refroidissement du pain à la sortie du four dépend du type de pain et de la température ambiante supposée constante de la pièce dans laquelle il est entreposé. Pour $t \geq 0$, on désigne par $f(t)$ la température du pain au bout d'un temps t après sa sortie du four. On admet que $f(t) = 152 e^{-6t} + 28$ où la durée t est exprimée en heures et la température $f(t)$ est exprimée en degrés Celsius.

- 1 a) Quelle est la température du pain à la sortie du four ?
b) Déterminer la température du pain 30 minutes après la sortie du four. *On donnera une valeur approchée au degré près.*
- 2 a) Calculer la dérivée $f'(t)$ et étudier son signe pour $t \geq 0$.
b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 3 a) Résoudre l'équation $152 e^{-6t} + 28 = 62$.
b) Le boulanger sort une fournée de pains du four. Au bout de quelle durée le pain sera à une température de 62°C ? *On donnera une valeur approchée à une minute près.*

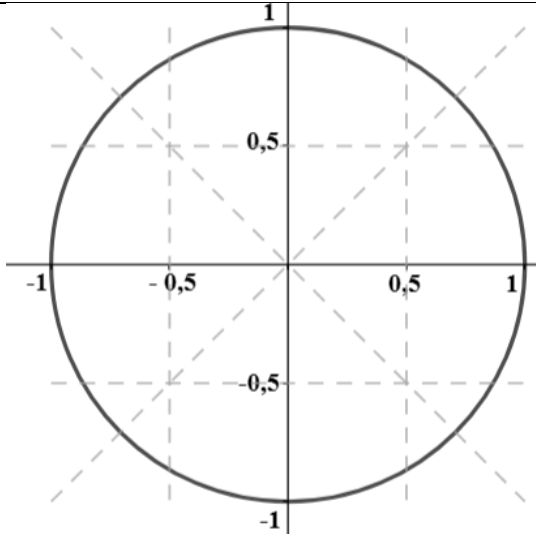
BTS $\Rightarrow$ Contrôle n° 2
Mathématiques - Calculatrice autorisée
Enoncé du sujet B

Exercice 1. (6 points)

Soit la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -3x + 1 + 21 \ln(x)$

- ❶ Calculer $f'(x)$
- ❷ Etudier le signe de $f'(x)$.
- ❸ En déduire le tableau de variations de la fonction f .

Exercice 2. (5 points)

❶	Placer les angles sur le cercle trigonométrique					
	-12π	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{-3\pi}{4}$	$\frac{-5\pi}{3}$	$\frac{9425\pi}{6}$	
❷	Déterminer les valeurs exactes					
	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) =$ $\cos(4\pi) =$					
❸	Déterminer le ou les angles x tels que :					
	$\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$					$\cos(x) = \frac{-1}{2}$

Exercice 3. (9 points)

La température de refroidissement du pain à la sortie du four dépend du type de pain et de la température ambiante supposée constante de la pièce dans laquelle il est entreposé. Pour $t \geq 0$, on désigne par $f(t)$ la température du pain au bout d'un temps t après sa sortie du four. On admet que $f(t) = 148 e^{-5t} + 32$ où la durée t est exprimée en heures et la température $f(t)$ est exprimée en degrés Celsius.

- 1 a) Quelle est la température du pain à la sortie du four ?
b) Déterminer la température du pain 30 minutes après la sortie du four. *On donnera une valeur approchée au degré près.*
- 2 a) Calculer la dérivée $f'(t)$ et étudier son signe pour $t \geq 0$.
b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 3 a) Résoudre l'équation $148 e^{-5t} + 32 = 86$.
b) Le boulanger sort une fournée de pains du four. Au bout de quelle durée le pain sera à une température de 86°C ? *On donnera une valeur approchée à une minute près.*

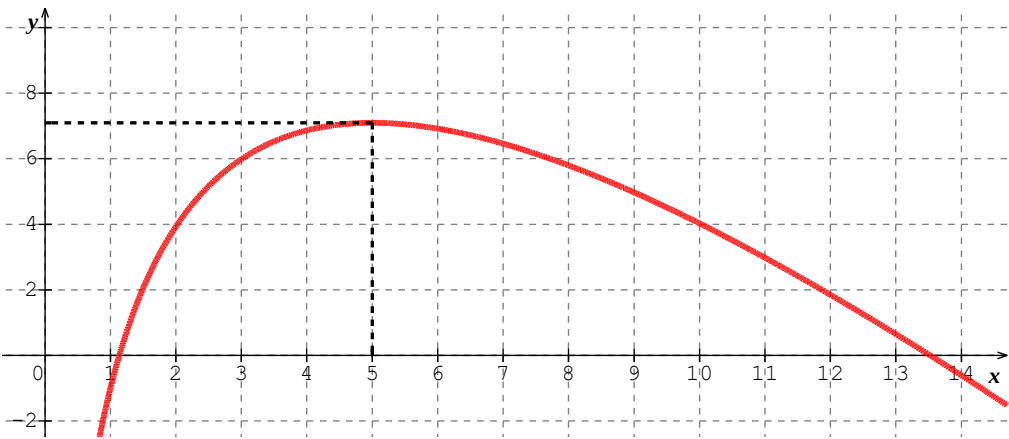
BTS Contrôle n° 2
Mathématiques
Correction du sujet A

Correction de l'exercice 1. (6 points)

Soit la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 + 10 \ln(x)$

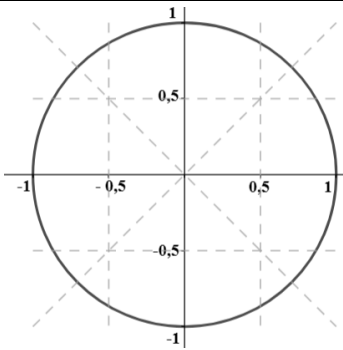
- ❶ Calculer $f'(x)$
- ❷ Etudier le signe de $f'(x)$.
- ❸ En déduire le tableau de variations de la fonction f .



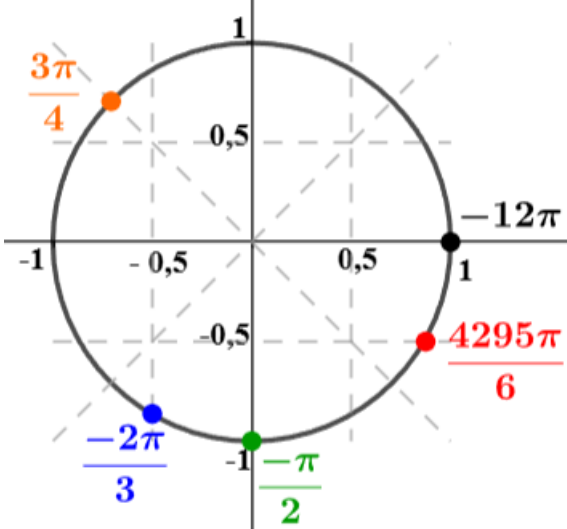
Exercice 1.	❶	$f(x) = -2x + 1 + 10 \ln(x)$ $f'(x) = -2 + 0 + 10 \times \frac{1}{x}$ $f'(x) = -2 + \frac{10}{x}$ $f'(x) = \frac{-2x}{x} + \frac{10}{x}$ $f'(x) = \frac{-2x + 10}{x}$											
	❷	$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 10 > 0$ $\Leftrightarrow -2x > -10$ $\Leftrightarrow x < \frac{-10}{-2}$ $\Leftrightarrow x < 5$											
	❸	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="padding: 5px;">$-9 + 10 \ln(5)$</td> </tr> </table> $f(5) = -10 + 1 + 10 \ln(5) = -9 + 10 \ln(5) \approx 7,1$ 	x	0	5	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-9 + 10 \ln(5)$	
x	0	5	$+\infty$										
$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	$-9 + 10 \ln(5)$												



Correction de l'exercice 2. (5 points)

1	Placer les angles sur le cercle trigonométrique	
	-12π $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{2\pi}{3}$ $\frac{4295\pi}{6}$	
2	Déterminer les valeurs exactes	
	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) =$ $\sin(3\pi) =$	
3	Déterminer le ou les angles x tels que :	
	$\sin(x) = \frac{-1}{2}$	$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$



1	Placer les angles sur le cercle trigonométrique	
	-12π $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{2\pi}{3}$ $\frac{4295\pi}{6}$	
2	Déterminer les valeurs exactes	
	$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,5$ $\sin(3\pi) = 0$	
3	Déterminer le ou les angles x tels que :	
	$\sin(x) = \frac{-1}{2}$ donc $x = \frac{-\pi}{6}$ ou $\frac{-5\pi}{6}$	$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $x = \frac{\pi}{4}$ ou $\frac{-\pi}{4}$



Correction de l'exercice 3. (9 points)

La température de refroidissement du pain à la sortie du four dépend du type de pain et de la température ambiante supposée constante de la pièce dans laquelle il est entreposé. Pour $t \geq 0$, on désigne par $f(t)$ la température du pain au bout d'un temps t après sa sortie du four. On admet que $f(t) = 152 e^{-6t} + 28$ où la durée t est exprimée en heures et la température $f(t)$ est exprimée en degrés Celsius.

- 1 a) Quelle est la température du pain à la sortie du four ?
b) Déterminer la température du pain 30 minutes après la sortie du four. *On donnera une valeur approchée au degré près.*
- 2 a) Calculer la dérivée $f'(t)$ et étudier son signe pour $t \geq 0$.
b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 3 a) Résoudre l'équation $152 e^{-6t} + 28 = 62$.

b) Le boulanger sort une fournée de pains du four. Au bout de quelle durée le pain sera à une température de 62°C ? On donnera une valeur approchée à une minute près.



Exercice 3.

1	La sortie du four correspond à $t = 0$:									
	$f(0) = 152 e^{-6 \times 0} + 28 = 180$									
	A la sortie du four, le pain est à 180°C .									
	30 minutes correspondent à $t = 0,5$:									
2	$f(0,5) = 152 e^{-6 \times 0,5} + 28 \approx 36$									
	Une demi-heure après la sortie du four, le pain est à 36°C environ.									
	$f(t) = 152 e^{-6t} + 28$									
	$f'(t) = 152 e^{-6t} \times (-6) + 0$									
3	$f'(t) = -912 e^{-6t}$									
	$-912 < 0$ et $e^{-6t} > 0$ donc $f'(t) < 0$ pour tout $t \geq 0$									
	<table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>—</td><td></td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>180</td><td>$\searrow$</td></tr></table>	t	0	$+\infty$	$f'(t)$	—		$f(t)$	180	$\searrow$
	t	0	$+\infty$							
$f'(t)$	—									
$f(t)$	180	$\searrow$								
$152 e^{-6t} + 28 = 62$										
4	$152 e^{-6t} = 62 - 28$									
	$152 \times e^{-6t} = 34$									
	$e^{-6t} = \frac{34}{152}$									
	$e^{-6t} = \frac{17}{76}$									
	$-6 t = \ln\left(\frac{17}{76}\right)$									
	$-6 \times t = \ln\left(\frac{17}{76}\right)$									
	$t = \frac{\ln\left(\frac{17}{76}\right)}{-6}$									
	D'après la question précédente, le pain sera à 62°C au bout de $t \approx 0,249586$ heure									
	soit $t \approx 14,975$ minutes c'est à dire 15 minutes environ.									



BTS $\Rightarrow$ Contrôle n° 2
Mathématiques
Correction du sujet B

Correction de l'exercice 1. (6 points)

Soit la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -3x + 1 + 21 \ln(x)$

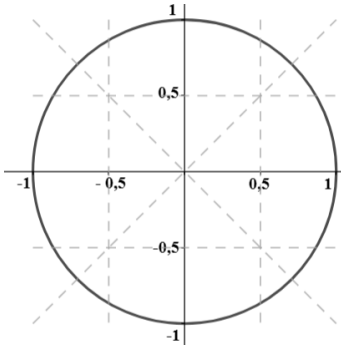
- ❶ Calculer $f'(x)$
- ❷ Etudier le signe de $f'(x)$.
- ❸ En déduire le tableau de variations de la fonction f .

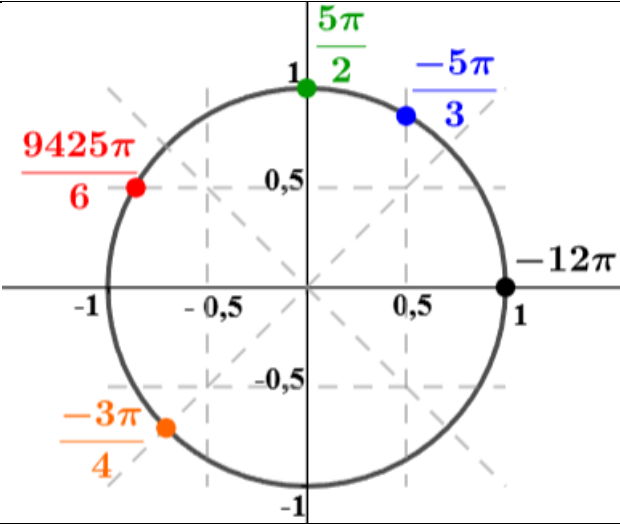


Exercice 1.

❶	$f(x) = -3x + 1 + 21 \ln(x)$ $f'(x) = -3 + 0 + 21 \times \frac{1}{x}$ $f'(x) = -3 + \frac{21}{x}$ $f'(x) = \frac{-3x}{x} + \frac{21}{x}$ $f'(x) = \frac{-3x + 21}{x}$												
❷	$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -3x + 21 > 0$ $\Leftrightarrow -3x > -21$ $\Leftrightarrow x < \frac{-21}{-3}$ $\Leftrightarrow x < 7$												
❸	<table border="1" style="margin: auto; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="padding: 5px;">$-20 + 21 \ln(7)$</td> </tr> </table> $f(7) = -21 + 1 + 21 \ln(7) = -20 + 21 \ln(7) \approx 20,9$	x	0	7	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-20 + 21 \ln(7)$		
x	0	7	$+\infty$										
$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	$-20 + 21 \ln(7)$												

Correction de l'exercice 2. (5 points)

1	Placer les angles sur le cercle trigonométrique	
	-12π $\frac{5\pi}{2}$ $-\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{5\pi}{3}$ $\frac{9425\pi}{6}$	
2	Déterminer les valeurs exactes	
	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) =$ $\cos(4\pi) =$	
3	Déterminer le ou les angles x tels que :	
	$\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos(x) = \frac{-1}{2}$

1	Placer les angles sur le cercle trigonométrique	
	-12π $\frac{5\pi}{2}$ $-\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{5\pi}{3}$ $\frac{9425\pi}{6}$	
2	Déterminer les valeurs exactes	
	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0,5$ $\cos(4\pi) = 1$	
3	Déterminer le ou les angles x tels que :	
	$\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $x = \frac{\pi}{4}$ ou $\frac{3\pi}{4}$	$\cos(x) = \frac{-1}{2}$ donc $x = \frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{-2\pi}{3}$

Correction de l'exercice 3. (9 points)

La température de refroidissement du pain à la sortie du four dépend du type de pain et de la température ambiante supposée constante de la pièce dans laquelle il est entreposé. Pour $t \geq 0$, on désigne par $f(t)$ la température du pain au bout d'un temps t après sa sortie du four. On admet que $f(t) = 148e^{-5t} + 32$ où la durée t est exprimée en heures et la température $f(t)$ est exprimée en degrés Celsius.

- 1 a) Quelle est la température du pain à la sortie du four ?
 b) Déterminer la température du pain 30 minutes après la sortie du four. *On donnera une valeur approchée au degré près.*
- 2 a) Calculer la dérivée $f'(t)$ et étudier son signe pour $t \geq 0$.
 b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

► 3 a) Résoudre l'équation $148 e^{-5t} + 32 = 86$.

b) Le boulanger sort une fournée de pains du four. Au bout de quelle durée le pain sera à une température de 86°C ? On donnera une valeur approchée à une minute près.



Exercice 3.	1	La sortie du four correspond à $t = 0$: $f(0) = 148 e^{-5 \times 0} + 32 = 180$ A la sortie du four, le pain est à 180°C .							
		30 minutes correspondent à $t = 0,5$: $f(0,5) = 148 e^{-5 \times 0,5} + 32 \approx 44$ Une demi-heure après la sortie du four, le pain est à 44°C environ.							
	2	$f(t) = 148 e^{-5t} + 32$ $f'(t) = 148 e^{-5t} \times (-5) + 0$ $f'(t) = -740 e^{-5t}$							
		$-740 < 0$ et $e^{-5t} > 0$ donc $f'(t) < 0$ pour tout $t \geq 0$ <table border="1" data-bbox="746 927 986 1117"> <tr> <td>t</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(t)$</td><td>—</td><td></td></tr> <tr> <td>$f(t)$</td><td>180</td><td>$\searrow$</td></tr> </table>	t	0	$+\infty$	$f'(t)$	—		$f(t)$
t	0	$+\infty$							
$f'(t)$	—								
$f(t)$	180	$\searrow$							
3		$148 e^{-5t} + 32 = 86$ $148 e^{-5t} = 86 - 32$ $148 \times e^{-5t} = 54$ $e^{-5t} = \frac{54}{148}$ $e^{-5t} = \frac{27}{74}$ $-5t = \ln\left(\frac{27}{74}\right)$ $-5 \times t = \ln\left(\frac{27}{74}\right)$ $t = \frac{\ln\left(\frac{27}{74}\right)}{-5}$							
		D'après la question précédente, le pain sera à 86°C au bout de $t \approx 0,2016456$ heure soit $t \approx 12,0987$ minutes c'est à dire 12 minutes environ.							

