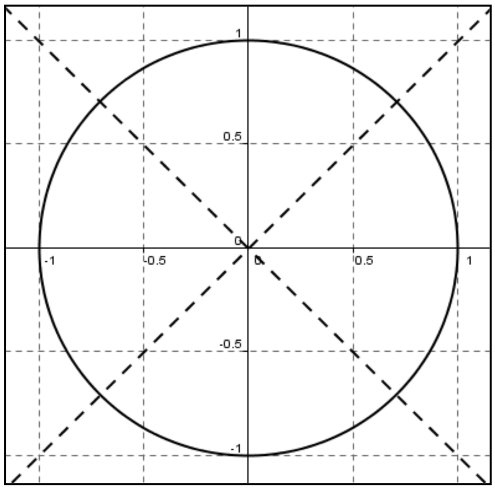
Problème

▶ 1*a*) Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels ci-dessous :

$$\frac{2\pi}{3}\ ;\ -\frac{4\pi}{3}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ -\frac{13\pi}{2}\ ;\ \frac{19\pi}{4}\ ;\ -10\pi$$



b) En déduire, par lecture graphique, leur mesure principale.

▶ 2. En détaillant les calculs, déterminer la mesure principale de l'angle $\beta = \frac{71\pi}{6}$

▶ 3. On considère l'angle $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2} ; 0\right]$ tel que $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$.

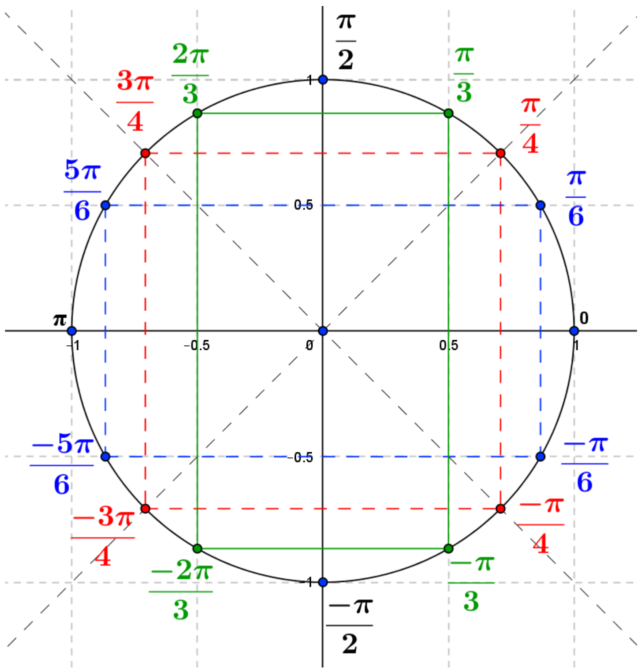
Déterminer $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$.

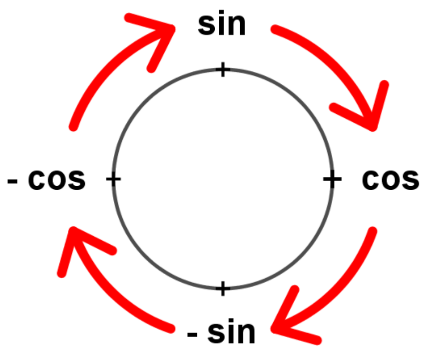
▶ 4. Donner les valeurs exactes de

$$\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right),\quad \sin\left(\frac{\pi}{2}\right),\quad \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\quad \text{et}\quad \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

▶ 5. Déterminer la dérivée de $f(x) = \sin(5x+1)$ et $g(x) = \cos(\pi - 2x)$ définies sur $\mathbb{R}$.

Ce qu'il faut retenir :





$$(\sin(ax+b))' = a \times \cos(ax+b)$$
$$(\cos(ax+b))' = -a \times \sin(ax+b)$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

Exercice n°1. PISTE BLEUE

Résoudre : $a)\ \cos(x) = -1 \qquad b)\ \sin(t) = 0 \qquad c)\ \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad d)\ \sin(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice n°2. PISTE BLEUE

Résoudre : $a)\ 5\sin(x) + 4 = -1 \qquad b)\ \frac{\cos(2x)+1}{3} = \frac{1}{2} \qquad c)\ 2\cos(3x) + 1 = 0$

Exercice n°3. PISTE BLEUE

Résoudre : $a)\ \frac{\cos(3x)-1}{2} = 0 \qquad b)\ \left(2\sin(x)\right)^2 - 1 = 1 \qquad c)\ 2\cos^2(x) = 1 + \frac{1}{2}$

Exercice n°4. PISTE BLEUE

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

$a)\ f(t) = \cos(2t)$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad b)\ f(t) = \sin\left(3t + \frac{\pi}{3}\right)$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad c)\ f(t) = t\cos(t)$ sur $\mathbb{R}$

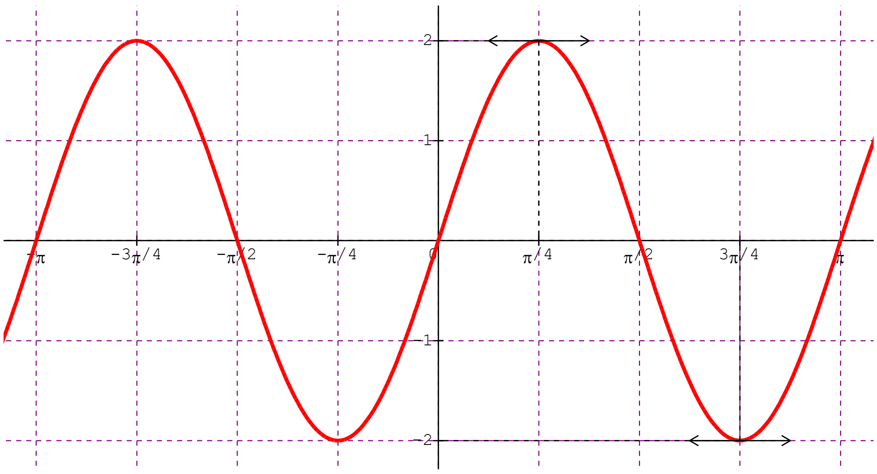
Exercice n°5. PISTE BLEUE

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

$a)\ f(x) = \sin(3x)$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad b)\ f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ sur $\mathbb{R}$ $\qquad c)\ f(x) = \tan(x)$ sur $]0, \frac{\pi}{2}[$

Exercice n°6. PISTE ROUGE

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = a\sin(\omega t)$.



▶ 1. Déterminer graphiquement la période T de la fonction f. En déduire la valeur de la constante positive ω.

▶ 2. Déterminer la constante a à l'aide du graphique.

▶ 3. Déterminer en justifiant le tableau de variations sur une période.

Exercice n°7. PISTE ROUGE

On décide de mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur la façade d'une maison. Sur cette façade, de forme rectangulaire, une gouttière en forme de Y doit permettre de récupérer dans un réservoir situé en H, les eaux de pluie recueillies en A et B. On donne ci-dessous le plan de cette façade ainsi que quelques dimensions, exprimées en mètres. Sur ce plan :

- $[AM]$ et $[BM]$ représentent les deux premiers tuyaux de la gouttière, $[MH]$ représente le troisième tuyau ;
- $[MH]$ est la médiatrice de $[DC]$;
- I est le milieu de $[AB]$.
- $\theta \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ mesure en en radian de l'angle $(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AI})$.

$BC = 6$
$AB = 10$

Démontrer que, la longueur 2AM+MH vaut $g(\theta) = \frac{10}{\cos\theta} + 6 - 5\tan\theta$.

Trouver la position du point M sur la façade de cette maison qui permet de minimiser la longueur totale $2AM + MH$ de tuyaux à acheter.