CFA — Éducation nationale - Gard — La réussite par l'apprentissage

Soutien n°2 : Loi exponentielle
BTS

Rappels sur la loi exponentielle :

λ est un nombre réel strictement positif.
Une variable aléatoire suit une loi exponentielle de paramètre λ lorsque sa densité de probabilité est définie sur $[0; +\infty[$ par la fonction $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.
L'espérance d'une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre λ est

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

Exercice n°1. PISTE BLEUE

▶1. Le temps d'attente en minute à un péage est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}16$ (exprimé en min^{-1}). En moyenne une personne attend à ce péage :

a) 6 min 25s b) 6 min 15s c) 16 min d) 25 min

▶2. La durée de vie en heures d'un certain type d'ampoules électriques est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre λ. En moyenne, la durée de vie d'une ampoule est 8 000 h. Le paramètre λ, exprimé en h^{-1}, est égal à :

a) 0,001 25 b) 0,008 c) 0,000 125 d) 0,000 8

▶3. La durée de vie, en heures, d'un composant électronique est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 5{,}5 \times 10^{-4}$. La probabilité, arrondie à 0,01 près, qu'un composant électronique pris au hasard ait une durée de vie inférieure à 1 000 heures est :

a) 0,001 b) 0,00055 c) 0,35 d) 0,42

▶4. On observe la durée de fonctionnement, exprimée en années, d'un appareil électroménager jusqu'à ce que survienne la première panne. Cette durée de fonctionnement est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}2$.
La probabilité que le moteur fonctionne sans panne pendant plus de 8 ans est au centième près :

a) 0,18 b) 0,2 c) 0,71 d) 0,8

Exercice n°2. PISTE BLEUE

Dans cet exercice, on s'intéresse à deux types A et B de téléviseurs à écran plat.

▶1. La durée de fonctionnement, exprimée en heures, d'un téléviseur du type A, avant que survienne la première panne, est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2 \times 10^{-5}$.

a. Calculer la probabilité que la première panne survienne avant la 32 000e heure de fonctionnement.
b. On s'intéresse à un téléviseur de type A fonctionnant chaque jour pendant 4 heures. Calculer la probabilité que la première panne d'écran ne survienne pas avant 10 ans.
c. Calculer la probabilité que la première panne survienne après 10 000 heures et avant 40 000 heures de fonctionnement.
d. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation.

▶2. La durée de fonctionnement avant la première panne d'un téléviseur de type B est modélisée par une variable aléatoire Y suivant la loi exponentielle de paramètre λ'. Une étude statistique a permis d'évaluer $P(Y \leq 32\,000) = 0{,}8$. Calculer la valeur arrondie à 10^{-5} de λ'.