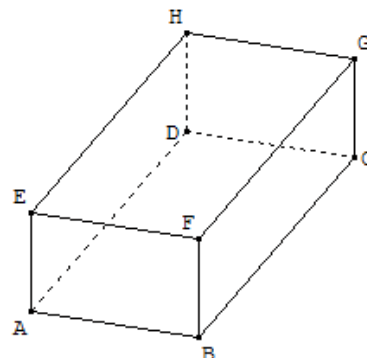


Nous souhaitons fabriquer une boîte métallique de la forme d'un pavé droit et de volume fixé à 1 dL.

PARTIE 1. Optimiser la matière première pour fabriquer la boîte

On souhaite fabriquer la boîte $ABCDEFGH$ en forme de parallépipède rectangle de volume 1 dL. La longueur AB est fixée et est égale à 4 cm.

On pose $AD = x$ cm où $x > 0$.



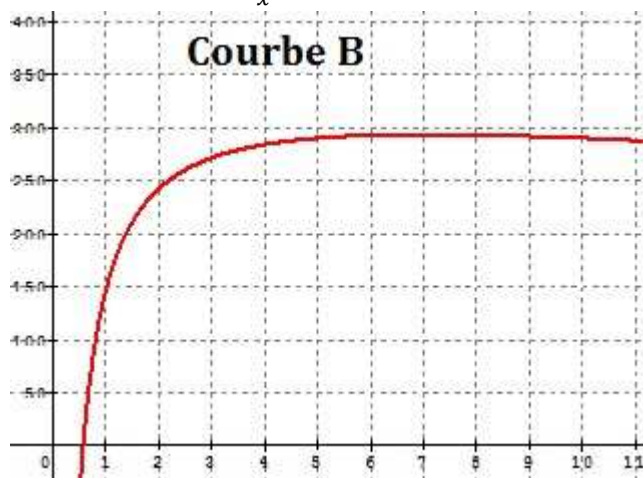
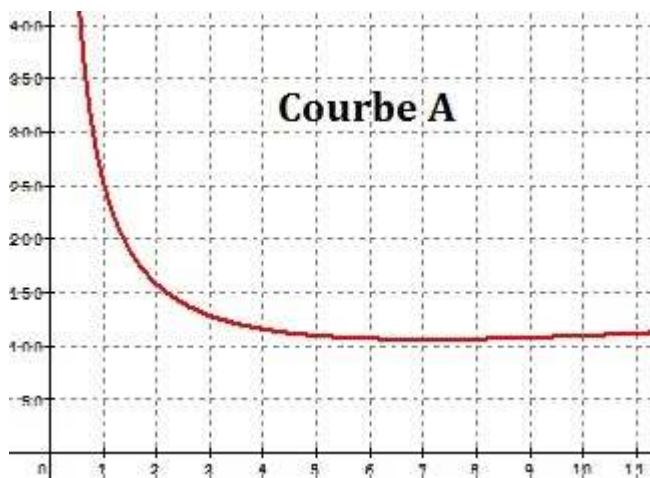
► 1. Exprimez, en fonction de x le volume de la boîte. En déduire que $AE = \frac{25}{x}$.

► 2. Exprimez, en fonction de x , l'aire totale de la boîte c'est à dire l'aire de cinq faces de la boîte (toutes les faces sauf la face du dessus).

En déduire que l'aire totale de la boîte est : $f(x) = \frac{200}{x} + 50 + 4x$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

► 3a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) L'une des deux courbes ci-dessous représente la fonction $f(x) = \frac{200}{x} + 50 + 4x$. Laquelle ?



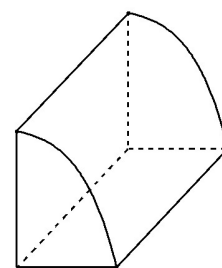
c) En déduire, par lecture graphique, pour quelle valeur de x , l'aire totale de la boîte est minimale.

PARTIE 2. Fabrication d'un couvercle pour la boîte

Nous fabriquons un couvercle, dessiné ci-contre, pour la boîte. La courbure supérieure d'une coupe transversale, est donnée par la fonction

$$g(x) = e - \frac{1}{2}(x+1)e^x \text{ pour tout } x \in [-1; 1].$$

► 1. En utilisant une intégration par parties, calculer $I = \int_{-1}^1 (x+1)e^x dx$.



► 2. On admet que $\mathcal{A} = \int_{-1}^1 g(x) dx = \int_{-1}^1 e dx - \frac{1}{2}I$. Calculer alors \mathcal{A} .

PARTIE 3. Mise en fabrication la boite

Une entreprise fabrique, en grande quantité, la boite métallique ci-dessus. Un contrôle de qualité consiste à vérifier que la longueur des boites est conforme.

► 1. Les longueurs d'un lot de 30 boites ont été relevées dans le tableau ci-dessous :

Longueur en cm	6,8	6,9	7	7,1	7,2	7,3	7,4
Nombre de boites	1	5	9	7	4	2	2

a) Déterminer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

b) Déterminer le pourcentage de boites dont la longueur est comprise entre 6,9 et 7,3 cm inclus.

► 2. On considère conforme les boites dont la longueur est comprise entre 6,9 et 7,3 cm inclus. On note E l'évènement : « une boite prélevée au hasard dans le stock de l'entreprise est conforme ». On suppose que la probabilité de l'évènement E est 0,9.

On prélève au hasard 100 boites dans le stock. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 boites, associe le nombre de boites conformes parmi ces 100 boites.

a) Déterminer la loi de la variable aléatoire X .

b) On contrôle un échantillon de 100 boites dans le stock global de l'entreprise. Après contrôle, 10 boites sont refusées. L'échantillon est-il représentatif de la production de l'entreprise ? Justifier.

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; p)$	n	100	p	0,9													
k	80	81	82	83	84	85	86	91	92	93	94	95	96	97	98		
$P(X = k)$	0,001	0,003	0,005	0,011	0,019	0,033	0,051	0,13	0,115	0,089	0,06	0,034	0,016	0,006	0,002		
$P(X \leq k)$	0,002	0,005	0,01	0,021	0,04	0,073	0,124	0,679	0,794	0,883	0,942	0,976	0,992	0,998	1		