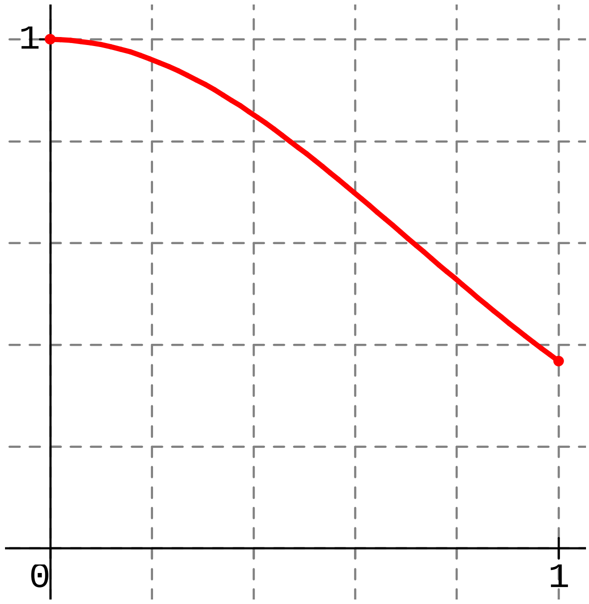
Exercice 1. Méthode des rectangles



Soit la fonction $f(x) = e^{-x^2}$ définie sur $\mathbb{R}$, on ne connaît pas de primitive explicite pour cette fonction. On souhaite tout de même obtenir une valeur approchée de

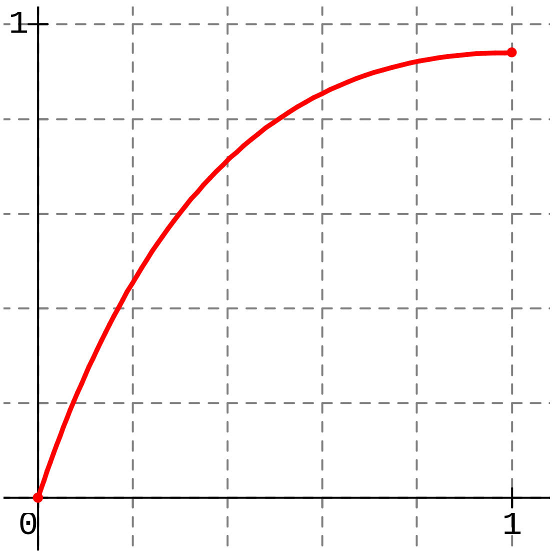
$$\int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

On choisit un nombre entier n non nul. On divise l'intervalle $[0; 1]$ en n intervalles tous de même longueur $\frac{1}{n}$.

Pour tout k entier de 0 à $n-1$, sur chaque intervalle $\left[\frac{k}{n}; \frac{k+1}{n}\right]$, on construit un rectangle m_k de longueur $f\left(\frac{k}{n}\right)$, puis on note T_n la somme des aires de ces rectangles m_k. Plus n augmente, plus la valeur approchée est précise.

Ecrire un programme afin d'obtenir une valeur approchée à 10^{-1} de cette aire.

Exercice 2. Méthode des trapèzes



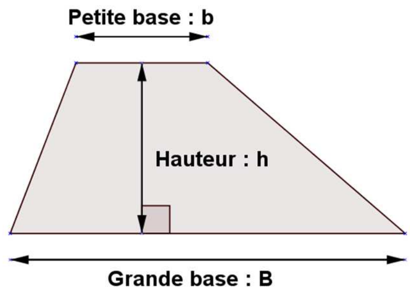
Soit la fonction $f(x) = 3\ln(1 + xe^{-x})$ définie sur $\mathbb{R}$, on souhaite obtenir une valeur approchée, par la méthode des trapèzes, de

$$\int_0^1 3\ln(1 + xe^{-x})\, dx.$$

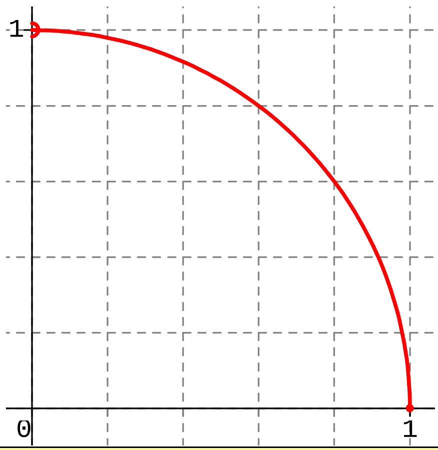
Ecrire un programme afin d'obtenir une valeur approchée à 10^{-1} de cette aire par la méthode des trapèzes.

On rappelle que l'aire d'un trapèze est donnée par :

$$\frac{(b+B)\times h}{2}.$$



Exercice 3. Méthode Monte Carlo



L'objectif est de calculer une valeur approchée de l'intégrale

$$I = \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

Ecrire un programme pour qu'au hasard soient tirés deux nombres x et y de l'intervalle $[0; 1]$ et que y soit comparé à $\sqrt{1 - x^2}$.