I. Primitives d'une fonction sur un intervalle

Définition.
Soit f une fonction définie sur un intervalle I,
On appelle primitive de f sur I toute fonction F dérivable sur I dont la dérivée F' est égale à f

donc $\boldsymbol{F'(x) = f(x)}$ pour tout $x \in I$.

Remarque :
f admet une infinité de primitives de la forme $F(x) + k$ où k est une constante.

Exemple 1.

▶ 1. Déterminer une primitive des fonctions ci-dessous :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ sur } \mathbb{R}$$

$$g(x) = x^2 - 4e^{2x} - 3 \text{ sur } \mathbb{R}$$

$$h(x) = \frac{3x}{x^2+1} \text{ sur } \mathbb{R}$$

$$h(x) = \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) \text{ sur } \mathbb{R}$$

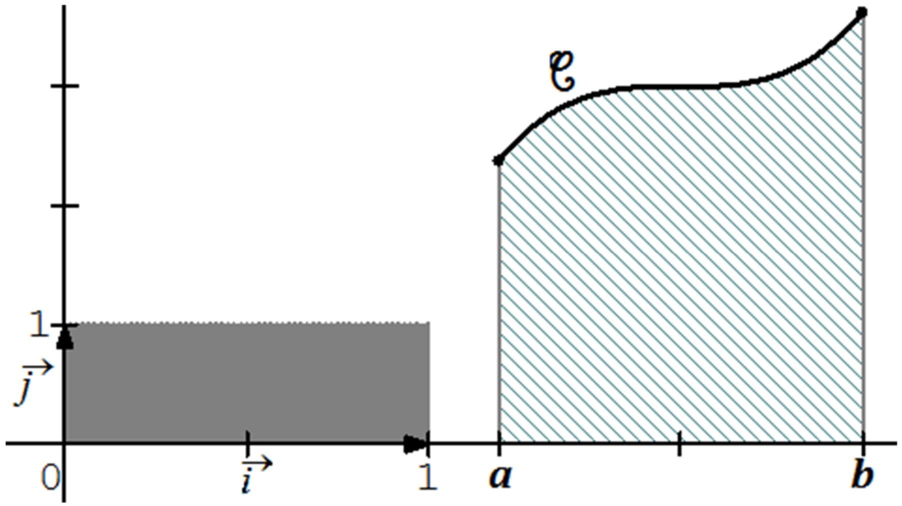
▶ 2. De quelle fonction $L(x) = \frac{(3x+4)^5}{15}$, définie sur $\mathbb{R}$, est-elle une primitive ?

II. Intégrale d'une fonction continue

Définition.

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a;b]$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal. On appelle **intégrale de $\boldsymbol{a}$ à $\boldsymbol{b}$ de la fonction $\boldsymbol{f}$** l'aire, en unités d'aire, du domaine situé sous la courbe $\mathscr{C}$ et limité par l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.

On la note $\boldsymbol{\int_a^b f(x)dx}$



Définition :
Soit f une fonction continue sur $[a,b]$

L'**intégrale de $\boldsymbol{a}$ à $\boldsymbol{b}$ de la fonction $\boldsymbol{f}$** est le nombre $\boldsymbol{F(b)-F(a)}$
où F est une primitive de f sur $[a,b]$

$$\boldsymbol{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b)-F(a)}$$

Exemple 2. Calculez

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,dt\,,\ \ J=\int_0^1 x^2dx\,,\ \ K=\int_1^3\frac{1}{x}dx\,,\ \ L=\int_0^2(-x)dx$$