Exercice 1.

Un particulier souhaite acheter, auprès d'un producteur, des bottes de paille pour l'isolation de sa maison.

On prélève au hasard une botte de paille dans la production du 20 juillet 2011.

▶1. On note X la variable aléatoire qui, à chaque botte ainsi prélevée, associe son épaisseur exprimée en millimètres. On admet que X suit la loi normale de moyenne 360 et d'écart type 18. Calculer la probabilité $P(350 \leq X \leq 370)$.

▶2. On note Y la variable aléatoire qui, à chaque botte prélevée dans la production de cette journée, associe sa densité exprimée en kg/m³. On admet que Y suit la loi normale de moyenne 100 et d'écart type 5. Calculer la probabilité qu'une botte prélevée dans la production de cette journée ait une densité comprise entre 90 kg/m³ et 110 kg/m³.

Exercice 2.

Une entreprise fabrique des jouets en bois en grande série. On s'intéresse à l'une des pièces de ce jouet comportant une partie cylindrique permettant l'assemblage des différents éléments du jouet

Pour que l'assemblage soit réalisable, c'est-à-dire que la pièce étudiée soit conforme, le diamètre de la partie cylindrique doit être compris entre 13,7 mm et 14,2 mm.

Soit X la variable aléatoire qui, à toute pièce prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe le diamètre de la partie cylindrique. On admet que X suit la loi normale de moyenne 14 et d'écart type 0,1. Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de l'entreprise soit conforme.

Exercice 3.

Partie A.

Soit $\lambda > 0$, démontrer que pour tout réel $t > 0$, $\int_0^t \lambda e^{-\lambda x}dx = 1 - e^{-\lambda t}$.

Partie B.

Dans une entreprise, on étudie la durée de vie, exprimée en heures, d'une console de jeux vidéos.

▶1. On admet que la variable aléatoire X qui, à une console quelconque, associe sa durée de vie t exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}001$.

a) Quelle est l'espérance de X ? En donner une interprétation.

b) Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3}, qu'une console fonctionne encore après 200 heures d'utilisation ?

▶2. Afin d'augmenter leur durée de vie, on décide d'équiper les nouvelles consoles d'un système permettant l'extinction automatique après plusieurs minutes de non utilisation. On admet que la variable aléatoire Y qui, à une nouvelle console, associe sa durée de vie t exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre μ.

a) Une étude statistique a permis d'évaluer $P(Y \leq 200) = 0{,}125$. Calculer la valeur arrondie à 10^{-5} de μ.

b) Quelle est la durée de vie moyenne de ces nouvelles ampoules ?