Exercice 1.

Hélène est salariée de la même entreprise depuis maintenant quinze ans. Elle regarde l'évolution de son salaire qui dépend à la fois de la variation des cotisations, des changements d'échelons et des augmentations occasionnelles. Elle observe les résultats suivants sur les huit dernières années.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Salaire mensuel moyen y_i en €	1650	1725	1740	1750	1825	1850	1950	1960

▶1. Construire le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ dans un repère.
▶2. Déterminer les coordonnées de G le point moyen et le placer sur le graphique.
▶3 a) Déterminer une équation de la droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés, on appelle cette droite d.
b) Tracer la droite d sur le graphique ci-dessus, en justifiant.
▶4. On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 2024.
a) Estimer le salaire moyen mensuel d'Hélène en 2019.
b) Son salaire atteindra-t-il 2400 € avant 2024 ? Justifier la réponse.

Exercice 2.

Partie A. Loi normale

Une pièce est conforme lorsque sa longueur, exprimée en millimètres, appartient à l'intervalle [74,4 ; 75,6]. On note L la variable aléatoire qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production, associe sa longueur. On suppose que la variable aléatoire L suit la loi normale d'espérance 75 et d'écart type 0,25.
▶1. Calculer $P(74{,}4 \leq L \leq 75{,}6)$.
▶2. Quelle valeur doit-on donner à h pour avoir $P(75 - h \leq L \leq 75 + h) = 0{,}95$?

Partie B. Loi binomiale

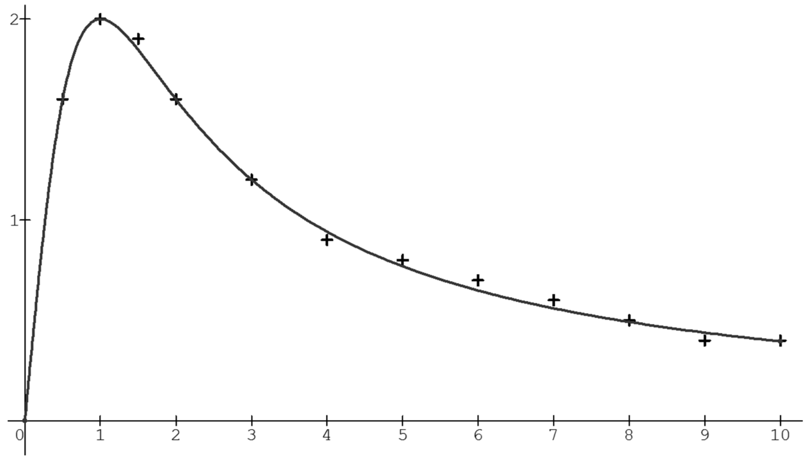
Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.
On note D l'événement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ». On suppose que $P(D) = 0{,}02$. On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.
▶1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
▶2. Calculer la probabilité $P(X = 0)$.
▶3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces.
▶4. Calculer l'espérance mathématiques, $E(X)$, de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

Exercice 3.

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer ou de limiter la propagation des bactéries. Le tableau ci-dessous donne la concentration en mg/L d'un antibiotique noté A administré en une seule prise à un patient.

Temps t en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/L	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Une modélisation consiste à estimer, pour l'instant t en heures, la concentration en mg/L dans le sang du patient par la fonction définie sur $[0; 10]$ par $g(t) = \dfrac{4t}{t^2+1}$.



▶1. a) La fonction g est dérivable sur $[0; 10]$. Démontrer que

$$\forall t \in [0; 10], \quad g'(t) = \frac{1-4t^2}{(t^2+1)^2}$$

b) Déterminer le signe de $g'(t)$ sur $[0; 10]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction g.

c) En déduire T_{max}, le temps qu'il faut attendre pour atteindre la concentration maximale C_{max} pour cet antibiotique.

▶2. On définit la CMI (*Concentration Minimale Inhibitrice*) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessous de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier. La CMI de l'antibiotique étudié dans cet exercice vaut 1,2 mg/L.

a) Résoudre $g(t) \geq 1{,}2$..

b) En déduire le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.

▶3. a) En remarquant que $\dfrac{4t}{t^2+1} = 2\times\dfrac{2t}{t^2+1}$, donner une primitive $G(t)$ de $g(t)$.

b) En déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{10} g(t)dt$.

c) On mesure la quantité totale de médicament auquel est exposé l'organisme en calculant la surface limitée par la courbe des concentrations, l'axe des abscisses et les droites $t = 0$ et $t = 10$. Déterminer cette surface pour l'antibiotique étudié dans cet exercice.