Exercice 1. *Le paradoxe du chevalier de Méré*

Est-il plus avantageux, lorsqu'on joue au dé, de parier sur l'apparition d'un 6 en lançant 4 fois le dé ou bien de parier sur l'apparition d'un double-six, quand on lance 24 fois deux dés ?

PARTIE 1 : Etude expérimentale.

►1. Sur un tableur, on peut simuler le lancer d'un dé par la formule : « =ENT(ALEA()*6+1) »
Puis utiliser la fonction NB.SI pour déterminer le nombre de 6 apparu.

	A	B	C	D	E	F
1	=ENT(ALEA()*6+1)	=ENT(ALEA()*6+1)	=ENT(ALEA()*6+1)	=ENT(ALEA()*6+1)	Nbre de 6 :	=NB.SI(A1:D1;6)

En recopiant en ligne ces formules, on obtient un échantillon de 100 lancers de 4 dés.
On peut alors calculer la fréquence d'apparition de l'événement « Avoir au moins un six parmi les 4 lancers de dé ».

G	H
Fréquence d'avoir au moins un six :	=NB.SI(F:F;">0")/NBVAL(F:F)

Observer cette fréquence lorsque vous faites varier avec la touche F9.

►2. En utilisant les fonctions SI et ET, on peut déterminer si un lancer de deux dés donne ou pas un double six.

	A
1	=ENT(ALEA()*6)+1
2	=ENT(ALEA()*6)+1
3	=SI(ET(A1=6;A2=6)=VRAI;1;0)

Y
=SI(SOMME(A3:X3)>0;1;0)

En recopiant en colonne, on obtient un lancer de 24 dés. On peut faire afficher 1 lorsque l'un des lancers au moins était un double six et 0 sinon.

En recopiant en ligne ces formules, on obtient un échantillon de taille 100 de 24 lancers de deux dés.
On peut alors calculer la fréquence d'apparition de l'événement « Avoir au moins un double-six parmi les 24 lancers de deux dés ».

Z	AA
Fréquence d'avoir au moins un double-six :	=SOMME(Y:Y)/NBVAL(Y:Y)

Faites varier avec la touche F9 et comparer avec la fréquence précédente.

PARTIE 2 : Etude théorique.

►1. Calculer la probabilité de l'événement « Avoir au moins un six parmi les 4 lancers d'un dé ».
►2. Calculer la probabilité de l'événement « Avoir au moins un double-six parmi les 24 lancers de deux dés ».
►3. Conclure.
Le chevalier de Méré, qui était un grand joueur, avait remarqué que le premier jeu était avantageux. Se laissant abuser par un raisonnement faux, le chevalier considérait que le deuxième pari était aussi avantageux : en lançant un dé, il y a 6 issues; en lançant deux 2 dés, il y en a 36, soit 6 fois plus. Puisqu'il est avantageux de parier sur l'apparition d'un 6 en lançant le dé 4 fois de suite, il doit être avantageux de miser sur l'apparition d'un double-six en lançant un dé 24=4×6 fois de suite. Malheureusement pour le chevalier, les règles des probabilités sont plus complexes, et c'est Pascal qui calcula la vraie probabilité. Le chevalier de Méré était un noble de la cour de Louis XIV. Selon une lettre de Pascal à Fermat (datant du 29/07/1654), il "*avait très bon esprit, mais n'était pas géomètre*".

Exercice 2.

On lance trois dés bien équilibrés dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.
Alice et Bob calculent la somme des trois nombres obtenus.
Si la somme est égale à 9, Alice gagne.
Si la somme est égale à 10, Bob gagne.
Dans tous les autres cas, la partie est annulée.
Le but de l'exercice est de déterminer qui, d'Alice ou Bob, a la plus grande probabilité de gagner.

PARTIE 1 : Etude expérimentale.
Sur un tableur, réaliser une simulation de ce jeu.
Réaliser une simulation sur un échantillon de taille 100 de cette expérience aléatoire. Déterminer alors, pour cette simulation, les fréquences de réussites respective d'Alice et de Bob.
Est-il possible de conjecturer qui, d'Alice ou de Bob, a la plus grande probabilité de gagner ?

PARTIE 2 : Etude théorique.
Soit S la variable aléatoire égale à la somme obtenue à l'issue de cette expérience aléatoire.
a) Quelles sont les valeurs prises par S ?
b) Calculer $P(S = 9)$ puis $P(S = 10)$. Conclure.

Exercice 3.

Un pion est placé sur la case de départ :

				Départ				

Le lancer d'une pièce détermine le déplacement du pion
• Pile, le pion se déplace vers la droite
• Face, le pion se déplace vers la gauche
La pièce est truquée et la probabilité d'obtenir un pile est de 0,4.
Un trajet est une succession de 4 déplacements. On s'intéresse à l'événement A « le pion est revenu à la case départ après 4 déplacements ».

PARTIE 1 : Etude expérimentale.
A l'aide du tableur ou en écrivant un algorithme, simuler un trajet.
Déterminer, sur un échantillon de taille N, la fréquence de l'événement A.

PARTIE 2 : Etude théorique.
a) Soit X le nombre de déplacements du pion vers la droite sur un trajet.
Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
b) Calculer alors la probabilité de A.

Exercice 4.

Simuler les dates de naissance pour une classe de 30 élèves, déterminer le nombre de cas où deux élèves au moins sont nés le même jour. Faire de même pour 20 classes de 30 élèves.