

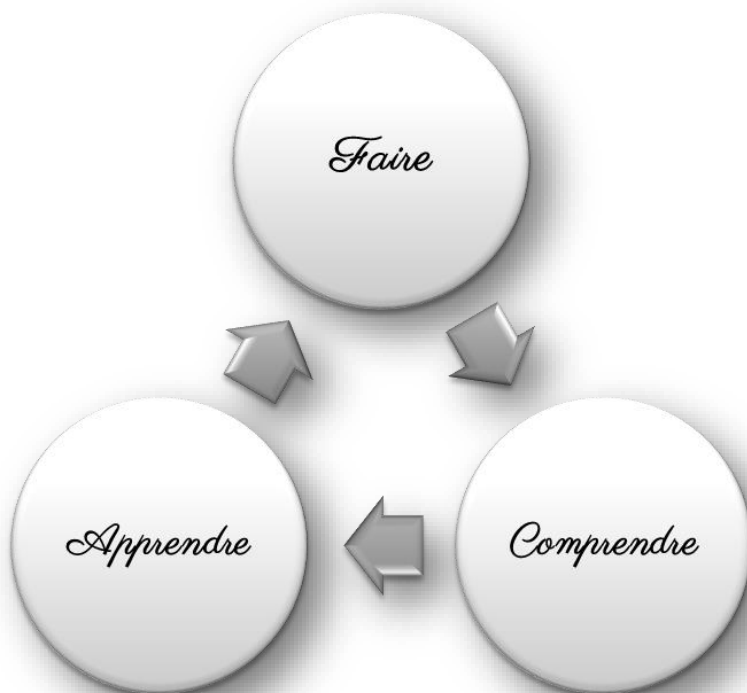


Table des matières

Enoncé du sujet.....	2
Exercice 1. (6 points)	2
Exercice 2. (7 points)	2
Exercice 3. (7 points)	2
Correction du sujet.....	3
Correction de l'exercice 1. (6 points)	3
Correction de l'exercice 2. (7 points)	6
Correction de l'exercice 3. (7 points)	7

Seconde ➡ Contrôle n° 2

Enoncé du sujet

Exercice 1. (6 points)

Dans la figure ci-dessous, $ABEF$, $BCDE$ et $BDGF$ sont des carrés.

- 1. Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{GD}$.

- 2. Qui suis-je ?

J'ai une longueur double de celle de $\overrightarrow{BC}$,

J'ai la même direction que $\overrightarrow{FA}$ mais pas son sens.

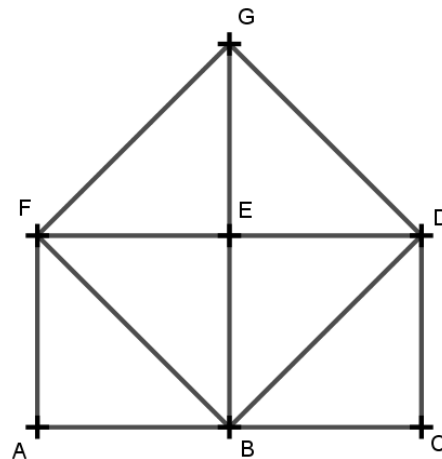
- 3. « Vrai » ou « Faux » ou « On ne peut pas répondre » ?

- a) $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{DB}$ ont la même direction

- b) $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{AD}$ ont le même sens

- c) $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont le même sens

- d) $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{GF}$ ont la même direction



- 4. Recopier et compléter ...

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{B} \dots$

$$\text{b) } \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \dots \overrightarrow{G}$$

Exercice 2. (7 points)

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, placer les points $A(6; -1)$, $B(1; 4)$ et $C(-6; 3)$.

- 1a) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

- b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

- c) En posant que les coordonnées du point D sont $(x; y)$, exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{AD}$ en fonction de x et y .

- d) Calculer alors les coordonnées de D .

- 2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un **losange**.

Exercice 3. (7 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $E(-3; -1)$, $F(-2; 3)$, $G(2; 1)$ et $H(-1; -2)$.

- 1. Démontrer que le quadrilatère $EFGH$ est un trapèze.

- 2. Calculer les coordonnées du point I aligné avec F et G et placé sur l'axe des abscisses.

- 3. Calculer les coordonnées du point J situé à l'intersection de la droite (GH) et de l'axe des ordonnées.

- 4. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point K tel que $EFGK$ soit un parallélogramme.

Correction du sujet

Correction de l'exercice 1. (6 points)

Dans la figure ci-dessous, $ABEF$, $BCDE$ et $BDGF$ sont des carrés.

► 1. Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{GD}$.

► 2. Qui suis-je ?

J'ai une longueur double de celle de $\overrightarrow{BC}$,

J'ai la même direction que $\overrightarrow{FA}$ mais pas son sens.

► 3. « Vrai » ou « Faux » ou « On ne peut pas répondre » ?

a) $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{DB}$ ont la même direction

b) $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{AD}$ ont le même sens

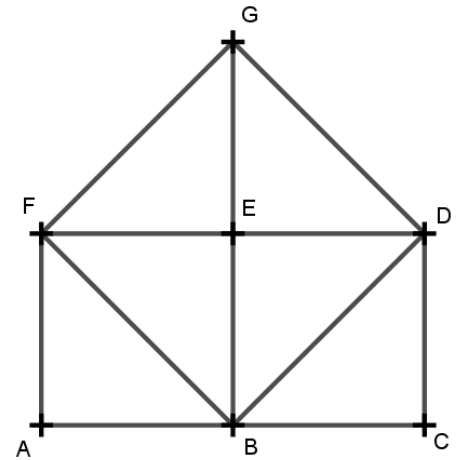
c) $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont le même sens

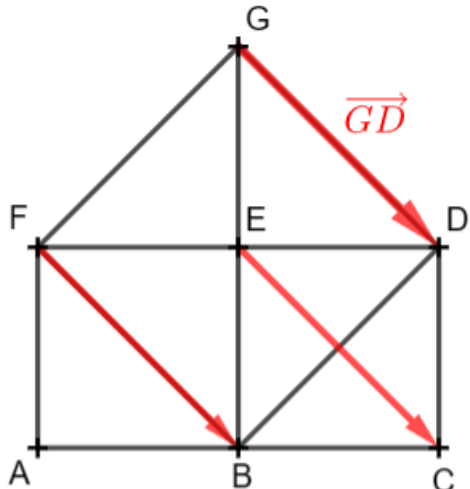
d) $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{GF}$ ont la même direction

► 4. Recopier et compléter ...

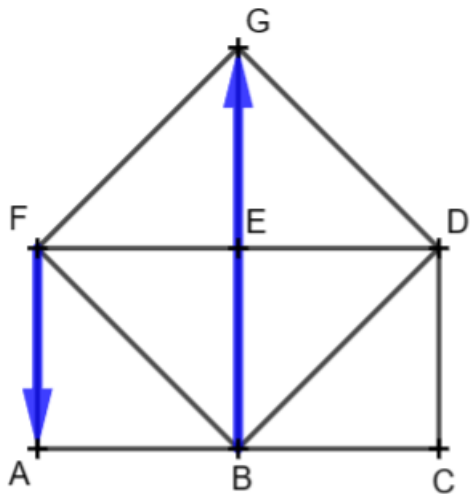
a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{B} \dots$

b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \dots \overrightarrow{G}$



Exercice 1.	1.	 $\overrightarrow{GD} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EC}$

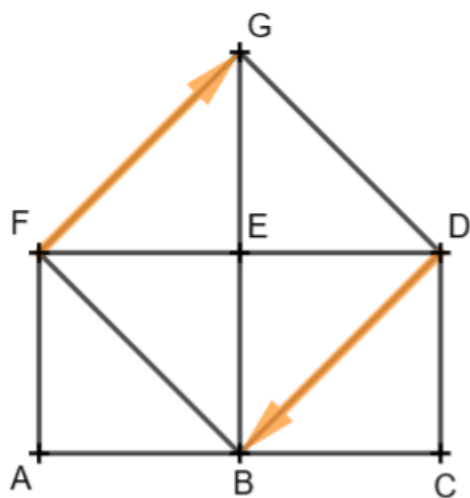
2.



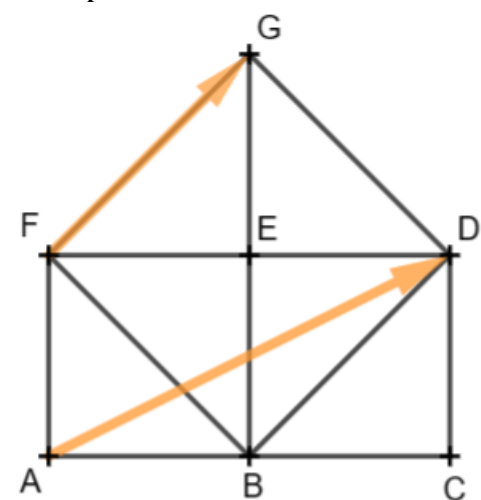
Je suis $\overrightarrow{BG}$

« $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{DB}$ ont la même direction ». L'affirmation est vraie.

3a.



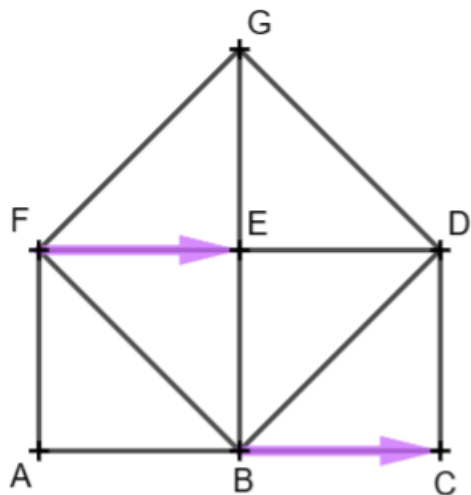
3b.



« $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{AD}$ ont le même sens ». On ne peut pas répondre car $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{AD}$ n'ont pas la même direction.

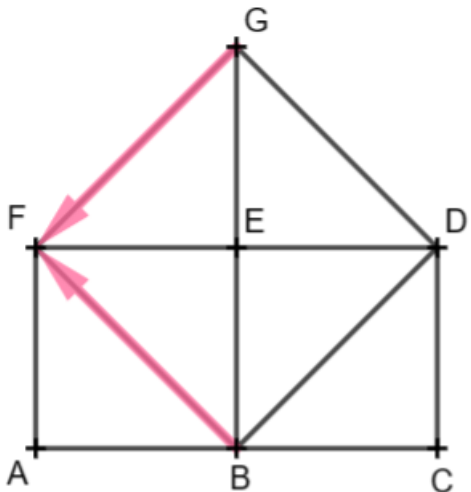
« $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont le même sens ». L'affirmation est vraie.

3c.

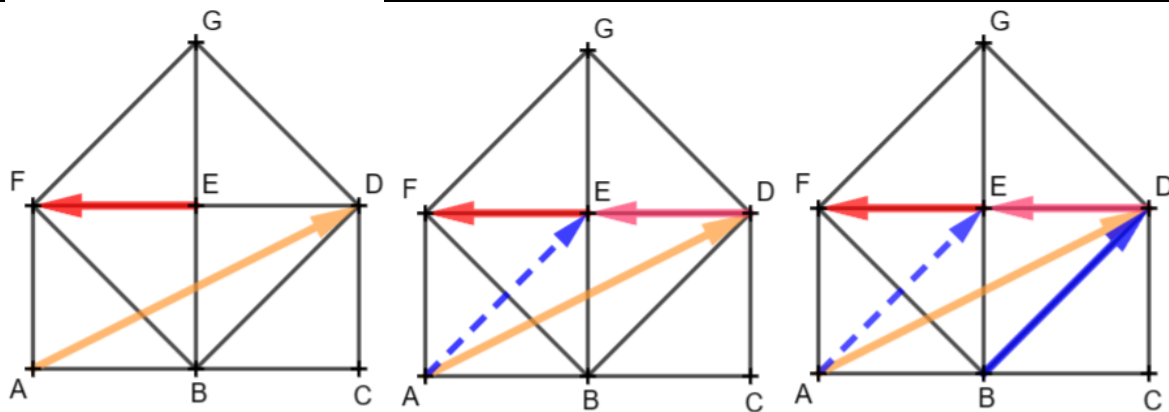


« $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{GF}$ ont la même direction ». L'affirmation est fausse.

3d.

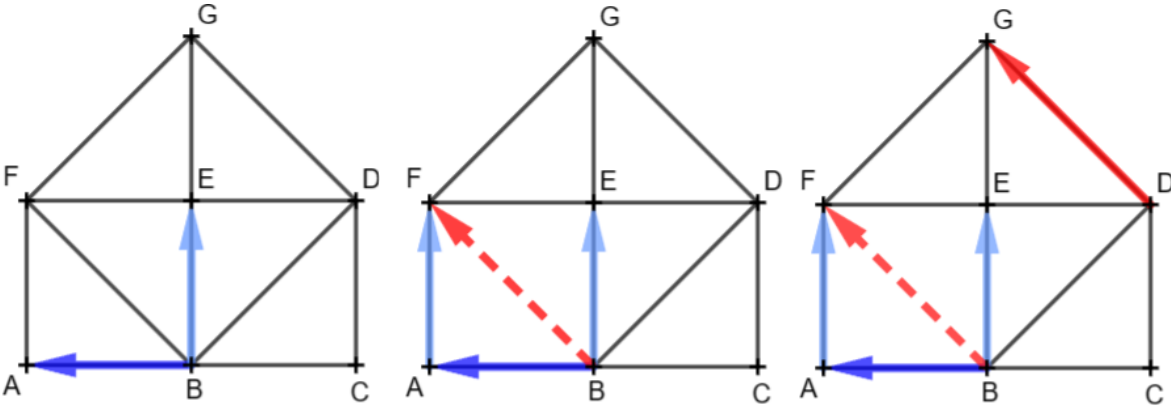


4a.



$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BD}$$

	4b.	 $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BF}$ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DG}$
--	-----	--



Correction de l'exercice 2. (7 points)

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, placer les points $A(6; -1)$, $B(1; 4)$ et $C(-6; 3)$.

► 1a) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

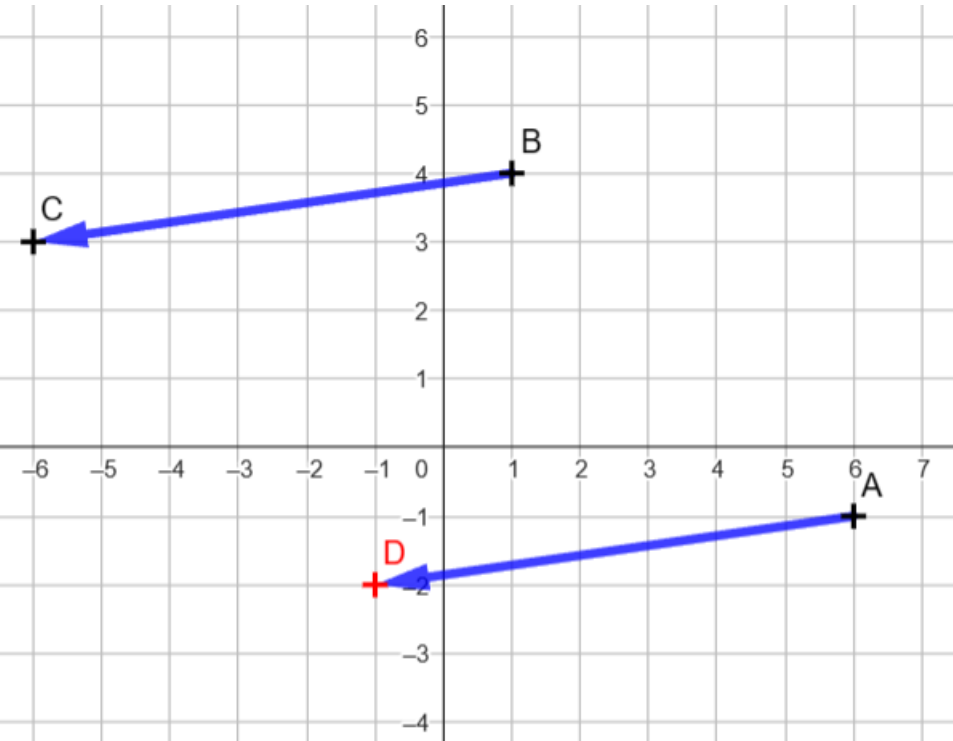
b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

c) En posant que les coordonnées du point D sont $(x; y)$, exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{AD}$ en fonction de x et y .

d) Calculer alors les coordonnées de D .

► 2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un **losange**.



Exercice 2.	1a.	
	1b.	$B(1; 4)$ $C(-6; 3)$ $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6 - 1 \\ 3 - 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix}$

	1c.	$A(6; -1)$ $D(x; y)$ $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x - 6 \\ y - (-1) \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x - 6 \\ y + 1 \end{pmatrix}$
	1d.	Puisque $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, alors $\begin{cases} x - 6 = -7 \\ y + 1 = -1 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x = -7 + 6 \\ y = -1 - 1 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ Les coordonnées de D sont $D(-1; -2)$
	2.	Puisque $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. De plus, $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $BC = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ $\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 6 - 1 \\ -1 - 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc $BA = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} = BC$ Le parallélogramme $ABCD$ a donc ses quatre côtés de même longueur. C'est donc un losange.



Correction de l'exercice 3. (7 points)

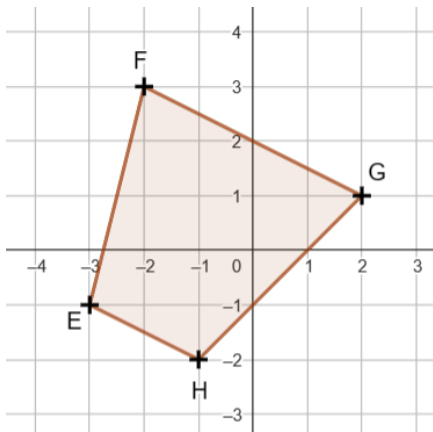
Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $E(-3; -1)$, $F(-2; 3)$, $G(2; 1)$ et $H(-1; -2)$.

- 1. Démontrer que le quadrilatère $EFGH$ est un trapèze.
- 2. Calculer les coordonnées du point I aligné avec F et G et placé sur l'axe des abscisses.
- 3. Calculer les coordonnées du point J situé à l'intersection de la droite (GH) et de l'axe des ordonnées.
- 4. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point K tel que $EFGK$ soit un parallélogramme.



Exercice 3.

1.

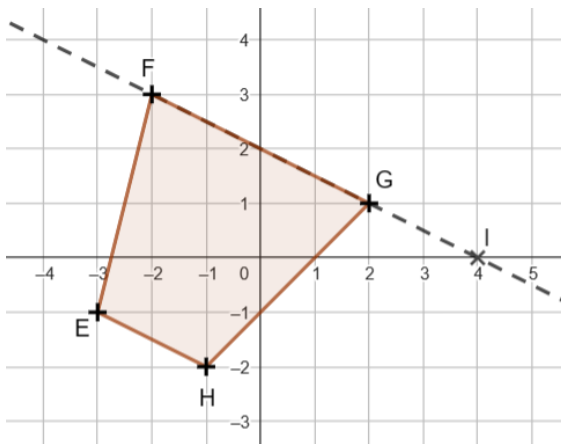


$$\begin{aligned} E(-3; -1) \\ H(-1; -2) \\ \overrightarrow{EH} \begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ -2 - (-1) \end{pmatrix} &= \overrightarrow{EH} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(-2; 3) \\ G(2; 1) \\ \overrightarrow{FG} \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 1 - 3 \end{pmatrix} &= \overrightarrow{FG} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det(\overrightarrow{EH}; \overrightarrow{FG}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \times (-2) - (-1) \times 4 \\ &= -4 + 4 = 0 \end{aligned}$$

J'en déduis que les vecteurs $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires et donc que, $EFGH$ est un trapèze.



Posons que les coordonnées de I sont $(x; 0)$ car I est sur l'axe des abscisses.

2.

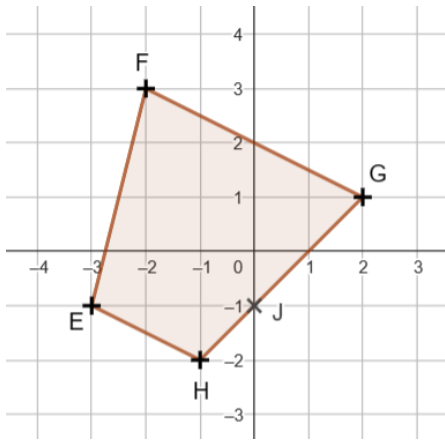
$$\overrightarrow{FG} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{FI} \begin{pmatrix} x - (-2) \\ 0 - 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{FI} \begin{pmatrix} x + 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{FI}$ sont colinéaires, donc

$$\det(\overrightarrow{FG}; \overrightarrow{FI}) = \begin{vmatrix} 4 & x + 2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} 4 \times (-3) - (-2) \times (x + 2) &= 0 \\ -12 + 2(x + 2) &= 0 \\ -12 + 2x + 4 &= 0 \\ 2x - 8 &= 0 \\ 2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

Donc les coordonnées de I sont $I(4; 0)$.



Posons que les coordonnées de J sont $(0; y)$ car J est sur l'axe des ordonnées.

3. $\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GJ} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ y & -1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GJ} \begin{pmatrix} -2 \\ y-1 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GJ}$ sont colinéaires, donc

$$\det(\overrightarrow{GH}; \overrightarrow{GJ}) = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -3 & y-1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(-3) \times (y-1) - (-3) \times (-2) = 0$$

$$-3y + 3 - 6 = 0$$

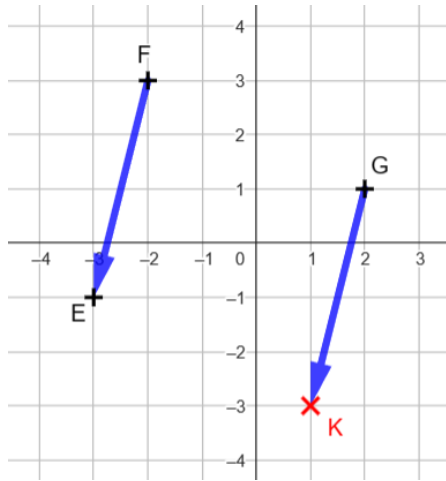
$$-3y - 3 = 0$$

$$-3y = 3$$

$$y = \frac{3}{-3} = -1$$

Donc les coordonnées de J sont $J(0; -1)$.

Posons que les coordonnées de K sont $(x; y)$



4.

$$\begin{aligned} &F(-2; 3) \\ &E(-3; -1) \\ &\overrightarrow{FE} \begin{pmatrix} -3 - (-2) \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{FE} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &G(2; 1) \\ &K(x; y) \\ &\overrightarrow{GK} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y - 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Pour que $EFGK$ soit un parallélogramme, il suffit que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GK}$

J'en déduis que

$$\begin{cases} x - 2 = -1 \\ y - 1 = -4 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x = -1 + 2 = 1 \\ y = -4 + 1 = -3 \end{cases}$$

Les coordonnées de K sont donc $K(1; -3)$

