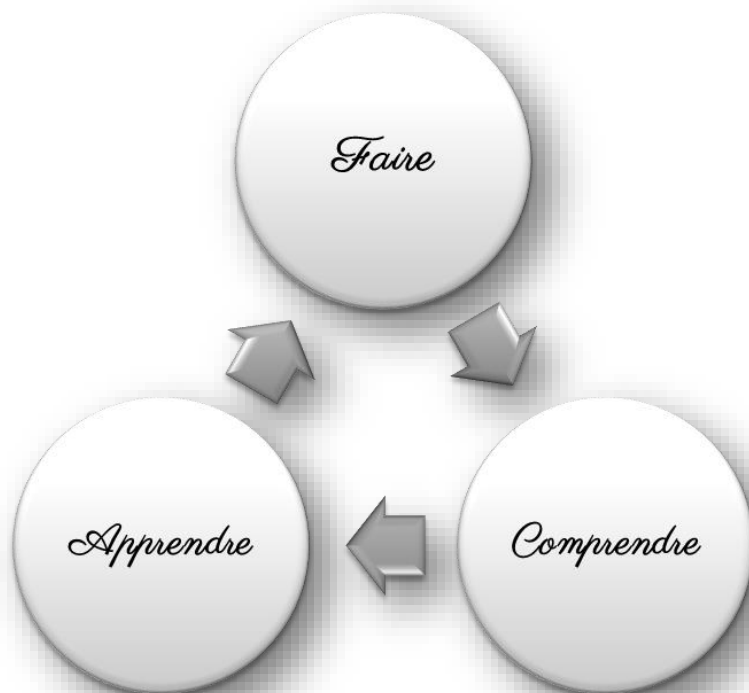




## Table des matières

|                                        |    |
|----------------------------------------|----|
| <b>Enoncé du sujet A</b>               | 2  |
| Exercice 1. (7 points)                 | 2  |
| Exercice 2. (9 points)                 | 2  |
| Exercice 3. (4 points)                 | 2  |
| <b>Enoncé du sujet B</b>               | 3  |
| Exercice 1. (7 points)                 | 3  |
| Exercice 2. (9 points)                 | 3  |
| Exercice 3. (4 points)                 | 3  |
| <b>Correction du sujet A</b>           | 4  |
| Correction de l'exercice 1. (7 points) | 4  |
| Correction de l'exercice 2. (9 points) | 5  |
| Correction de l'exercice 3. (4 points) | 6  |
| <b>Correction du sujet B</b>           | 8  |
| Correction de l'exercice 1. (7 points) | 8  |
| Correction de l'exercice 2. (9 points) | 9  |
| Correction de l'exercice 3. (4 points) | 10 |

**Enoncé du sujet A**

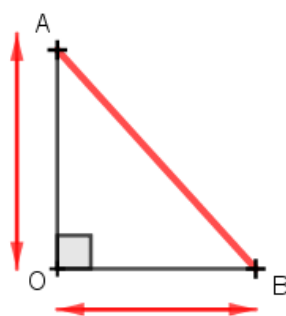
**Exercice 1. (7 points)**



► 1. En Australie, au cœur des Blue Mountains, le Scenic Railway est le funiculaire qui détient le record de la plus forte pente au monde et dispose par ailleurs d'une ligne retour de type téléphérique destinée au contrepoids.

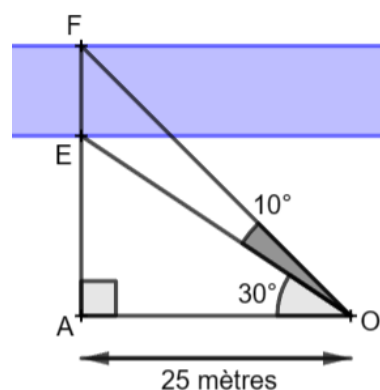
A son maximum, la pente atteint 122% !

**Sachant que, dans le triangle  $ABO$  rectangle en  $O$ , le rapport entre  $AO$  et  $OB$  est 122%, déterminer, à  $0,1^\circ$**



**près, l'angle  $\widehat{ABO}$ .**

► 2. En utilisant les données du croquis ci-contre, déterminer en justifiant la largeur  $EF$  de la rivière.



**Exercice 2. (9 points)**

► 1. Résoudre l'équation  $5x^2 + 7 = 252$

► 2. Ecrire sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $c$  est le plus petit possible :

$$A = 2\sqrt{180} - 6\sqrt{45} \quad B = (2 - 3\sqrt{5})^2 \quad C = \sqrt{\frac{80}{9}} \quad D = \frac{3}{\sqrt{5} - 1}$$

**Exercice 3. (4 points)**

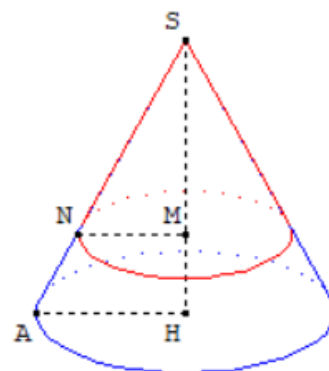
Le grand cône a pour hauteur  $SH = 5$  et pour rayon  $AH = 2$ .

Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[SH]$ . Posons  $SM = x$ .

a) Dans quel intervalle varie  $x$  ?

b) Ecrire, en fonction de  $x$ , la longueur  $MN$ .

c) En déduire, en fonction de  $x$ , le volume du petit cône de rayon  $MN$ .



**Enoncé du sujet B**

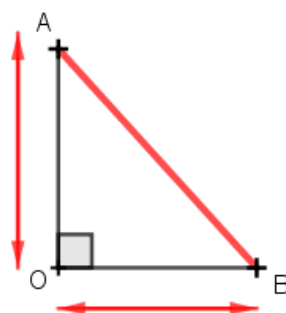
**Exercice 1. (7 points)**



► 1. En Australie, au cœur des Blue Mountains, le Scenic Railway est le funiculaire qui détient le record de la plus forte pente au monde et dispose par ailleurs d'une ligne retour de type téléphérique destinée au contrepoids.

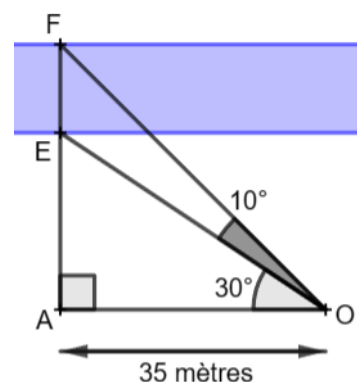
A son maximum, la pente atteint 122% !

**Sachant que, dans le triangle  $ABO$  rectangle en  $O$ , le rapport entre  $AO$  et  $OB$  est 122%, déterminer, à  $0,1^\circ$**



**près, l'angle  $\widehat{ABO}$ .**

► 2. En utilisant les données du croquis ci-contre, déterminer en justifiant la largeur  $EF$  de la rivière.



**Exercice 2. (9 points)**

► 1. Résoudre l'équation  $5x^2 - 15 = 390$

► 2. Ecrire sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $c$  est le plus petit possible :

$$A = 3\sqrt{245} - 4\sqrt{45} \quad B = (3 - 4\sqrt{5})^2 \quad C = \sqrt{\frac{45}{16}} \quad D = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$$

**Exercice 3. (4 points)**

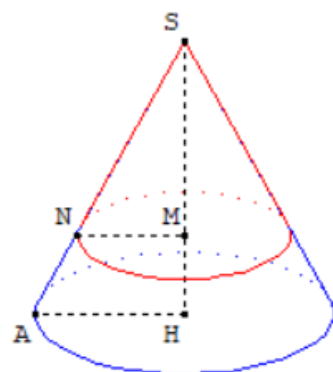
Le grand cône a pour hauteur  $SH = 5$  et pour rayon  $AH = 3$ .

Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[SH]$ . Posons  $SM = x$ .

a) Dans quel intervalle varie  $x$  ?

b) Ecrire, en fonction de  $x$ , la longueur  $MN$ .

c) En déduire, en fonction de  $x$ , le volume du petit cône de rayon  $MN$ .



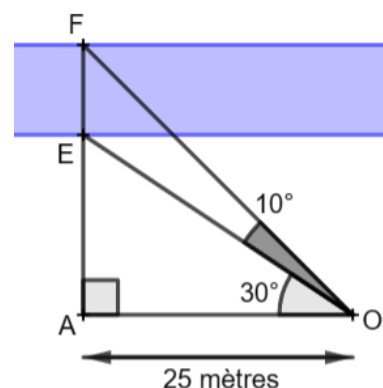
**Correction du sujet A**

**Correction de l'exercice 1. (7 points)**



► 1. En Australie, au cœur des Blue Mountains, le Scenic Railway est le funiculaire qui détient le record de la plus forte pente au monde et dispose par ailleurs d'une ligne retour de type téléphérique destinée au contrepoids. A son maximum, la pente atteint 122% !

**Sachant que, dans le triangle  $ABO$  rectangle en  $O$ , le rapport entre  $AO$  et  $OB$  est 122%, déterminer, à  $0,1^\circ$  près, l'angle  $\widehat{ABO}$ .**



► 2. En utilisant les données du croquis ci-contre, déterminer en justifiant la largeur  $EF$  de la rivière.

|                    |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Exercice 1.</b> | <b>1.</b> | <p>Dans le triangle <math>ABO</math> rectangle en <math>O</math>, le rapport entre <math>AO</math> et <math>OB</math> est 122%</p> $\text{donc } \frac{AO}{OB} = \frac{122}{100} = 1,22 = \tan(\widehat{ABO})$ <p>J'en déduis que <math>\widehat{ABO} = \tan^{-1}(1,22) \approx 50,7^\circ</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                    | <b>2.</b> | <p>Dans le triangle <math>AEO</math> rectangle en <math>A</math>,</p> $\tan(\widehat{AOE}) = \frac{AE}{AO} = \tan(30^\circ) = \frac{AE}{25}$ <p>J'en déduis que <math>AE = 25 \times \tan(30^\circ)</math></p> <p>Dans le triangle <math>AFO</math> rectangle en <math>A</math>,</p> $\tan(\widehat{AOF}) = \frac{AF}{AO} = \tan(40^\circ) = \frac{AF}{25}$ <p>J'en déduis que <math>AF = 25 \times \tan(40^\circ)</math></p> <p>Par conséquent <math>EF = AF - AE</math></p> $EF = 25 \times \tan(40^\circ) - 25 \times \tan(30^\circ) \approx 6,5$ <p>La rivière mesure donc 6,5 mètres environ.</p> |

## Correction de l'exercice 2. (9 points)

- 1. Résoudre l'équation  $5x^2 + 7 = 252$   
 ► 2. Ecrire sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $c$  est le plus petit possible :

$$A = 2\sqrt{180} - 6\sqrt{45} \quad B = (2 - 3\sqrt{5})^2 \quad C = \sqrt{\frac{80}{9}} \quad D = \frac{3}{\sqrt{5} - 1}$$

|             |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 2. | 1. | $5x^2 + 7 = 252$ <p>Je soustrais 7 de chaque côté</p> $5x^2 = 252 - 7$ $5x^2 = 245$ <p>Je divise par 5 de chaque côté</p> $x^2 = \frac{245}{5}$ $x^2 = 49$ <p>Je prends la racine carrée de chaque côté</p> $x = \sqrt{49} = 7 \text{ ou } x = -7$ <p><b>Les solutions sont 7 et -7.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|             | 2. | $A = 2\sqrt{180} - 6\sqrt{45}$ <p>On cherche à décomposer 180 et 45 sous forme d'un produit dont l'un des facteurs est un carré parfait.</p> $A = 2\sqrt{36 \times 5} - 6\sqrt{9 \times 5}$ <p>On utilise la formule <math>\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}</math> pour tout nombre positif <math>a</math> et <math>b</math>.</p> $A = 2 \times \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 6 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}$ <p>Nous pouvons calculer <math>\sqrt{36}</math> et <math>\sqrt{9}</math>.</p> $A = 2 \times 6 \times \sqrt{5} - 6 \times 3 \times \sqrt{5}$ $A = 12\sqrt{5} - 18\sqrt{5}$ <p>Pour finir, nous pouvons compter le nombre de <math>\sqrt{5}</math>.</p> $A = (12 - 18)\sqrt{5} = -6\sqrt{5}$ |
|             |    | $B = (2 - 3\sqrt{5})^2$ <p>On utilise l'identité remarquable <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p> $B = 2^2 - 2 \times 2 \times 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2$ $B = 4 - 12\sqrt{5} + 9 \times 5$ $B = 4 - 12\sqrt{5} + 45$ $B = 49 - 12\sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

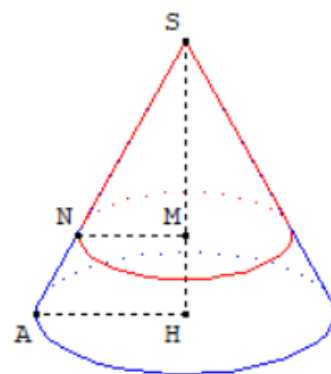
|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | $C = \sqrt{\frac{80}{9}}$ <p>On utilise la formule <math>\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}</math> pour tout nombre <math>a \geq 0</math> et <math>b &gt; 0</math>.</p> $C = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{16 \times 5}}{3} = \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{5}}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$                                                                                                                                                                                                               |
|  |  | $D = \frac{3}{\sqrt{5} - 1}$ <p>Pour enlever la racine carrée du dénominateur, nous allons multiplier le dénominateur par sa forme conjuguée. Pour que la fraction reste égale, nous devons multiplier le numérateur par le même nombre.</p> $D = \frac{3 \times (\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1) \times (\sqrt{5} + 1)}$ <p>Il faut à présent distribuer au numérateur ainsi qu'au dénominateur.</p> $D = \frac{3 \times \sqrt{5} + 3 \times 1}{\sqrt{5}^2 - 1^2}$ $D = \frac{3\sqrt{5} + 3}{5 - 1} = \frac{3\sqrt{5} + 3}{4}$ |



### Correction de l'exercice 3. (4 points)

Le grand cône a pour hauteur  $SH = 5$  et pour rayon  $AH = 2$ .  
Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[SH]$ . Posons  $SM = x$ .

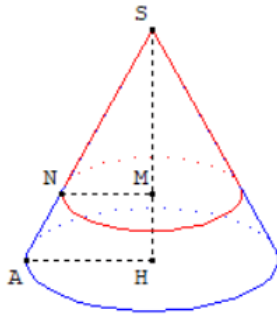
- Dans quel intervalle varie  $x$  ?
- Ecrire, en fonction de  $x$ , la longueur  $MN$ .
- En déduire, en fonction de  $x$ , le volume du petit cône de rayon  $MN$ .



|             |    |                                                                                                                                                                                               |
|-------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 3. | a. | $x$ varie dans l'intervalle $[0; 5]$                                                                                                                                                          |
|             | b. | <p>Dans le triangle <math>SAH</math>, d'après le théorème de Thalès :</p> $\frac{SM}{SH} = \frac{SN}{SA} = \frac{MN}{AH}$ $\frac{x}{5} = \frac{MN}{2} \text{ donc } MN = \frac{2x}{5} = 0,4x$ |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>Le volume du petit cône est donc :</p> $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \times MN^2 \times SM}{3}$ $V = \frac{\pi \times \left(\frac{2x}{5}\right)^2 \times x}{3}$ $V = \pi \times \frac{4x^2}{25} \times x \times \frac{1}{3} = \frac{4\pi x^3}{75}$ |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**c.**



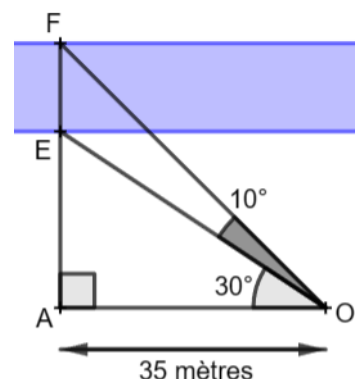
**Correction du sujet B**

**Correction de l'exercice 1. (7 points)**



► 1. En Australie, au cœur des Blue Mountains, le Scenic Railway est le funiculaire qui détient le record de la plus forte pente au monde et dispose par ailleurs d'une ligne retour de type téléphérique destinée au contrepoids. A son maximum, la pente atteint 122% !

**Sachant que, dans le triangle  $ABO$  rectangle en  $O$ , le rapport entre  $AO$  et  $OB$  est 122%, déterminer, à  $0,1^\circ$  près, l'angle  $\widehat{ABO}$ .**



► 2. En utilisant les données du croquis ci-contre, déterminer en justifiant la largeur  $EF$  de la rivière.

|                    |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Exercice 2.</b> | <b>1.</b> | <p>Dans le triangle <math>ABO</math> rectangle en <math>O</math>, le rapport entre <math>AO</math> et <math>OB</math> est 122%</p> $\text{donc } \frac{AO}{OB} = \frac{122}{100} = 1,22 = \tan(\widehat{ABO})$ <p>J'en déduis que <math>\widehat{ABO} = \tan^{-1}(1,22) \approx 50,7^\circ</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                    | <b>2.</b> | <p>Dans le triangle <math>AEO</math> rectangle en <math>A</math>,</p> $\tan(\widehat{AOE}) = \frac{AE}{AO} = \tan(30^\circ) = \frac{AE}{35}$ <p>J'en déduis que <math>AE = 35 \times \tan(30^\circ)</math></p> <p>Dans le triangle <math>AFO</math> rectangle en <math>A</math>,</p> $\tan(\widehat{AOF}) = \frac{AF}{AO} = \tan(40^\circ) = \frac{AF}{35}$ <p>J'en déduis que <math>AF = 35 \times \tan(40^\circ)</math></p> <p>Par conséquent <math>EF = AF - AE</math></p> $EF = 35 \times \tan(40^\circ) - 35 \times \tan(30^\circ) \approx 9,2$ <p>La rivière mesure donc 9,2 mètres environ.</p> |



## Correction de l'exercice 2. (9 points)

- 1. Résoudre l'équation  $5x^2 - 15 = 390$   
 ► 2. Ecrire sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $c$  est le plus petit possible :

$$A = 3\sqrt{245} - 4\sqrt{45} \quad B = (3 - 4\sqrt{5})^2 \quad C = \sqrt{\frac{45}{16}} \quad D = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$$

|             |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 2. | 1. | $5x^2 - 15 = 390$ <p style="text-align: center;">J'ajoute 15 de chaque côté</p> $5x^2 = 390 + 15$ $5x^2 = 405$ <p style="text-align: center;">Je divise par 5 de chaque côté</p> $x^2 = \frac{405}{5}$ $x^2 = 81$ <p style="text-align: center;">Je prends la racine carrée de chaque côté</p> $x = \sqrt{81} = 9 \text{ ou } x = -9$ <p><b>Les solutions sont 9 et -9.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|             | 2. | $A = 3\sqrt{245} - 4\sqrt{45}$ <p style="text-align: center;">On cherche à décomposer 245 et 45 sous forme d'un produit dont l'un des facteurs est un carré parfait.</p> $A = 3\sqrt{49 \times 5} - 4\sqrt{9 \times 5}$ <p style="text-align: center;">On utilise la formule <math>\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}</math> pour tout nombre positif <math>a</math> et <math>b</math>.</p> $A = 3 \times \sqrt{49} \times \sqrt{5} - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}$ <p style="text-align: center;">Nous pouvons calculer <math>\sqrt{49}</math> et <math>\sqrt{9}</math>.</p> $A = 3 \times 7 \times \sqrt{5} - 4 \times 3 \times \sqrt{5}$ $A = 21\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$ <p style="text-align: center;">Pour finir, nous pouvons compter le nombre de <math>\sqrt{5}</math>.</p> $A = (21 - 12)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$ |
|             |    | $B = (3 - 4\sqrt{5})^2$ <p style="text-align: center;">On utilise l'identité remarquable <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p> $B = 3^2 - 2 \times 3 \times 4\sqrt{5} + (4\sqrt{5})^2$ $B = 9 - 24\sqrt{5} + 16 \times 5$ $B = 9 - 24\sqrt{5} + 80$ $B = 89 - 24\sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

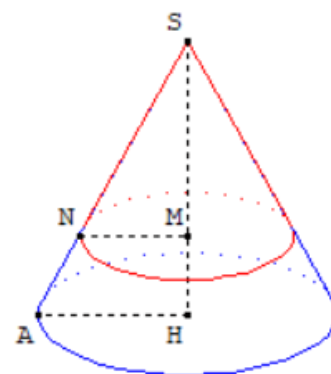
|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $C = \sqrt{\frac{45}{16}}$ <p>On utilise la formule <math>\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}</math> pour tout nombre <math>a \geq 0</math> et <math>b &gt; 0</math>.</p> $C = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{9 \times 5}}{4} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$                                                                                                                                                                                                                                        |
|  | $D = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$ <p>Pour enlever la racine carrée du dénominateur, nous allons multiplier le dénominateur par sa forme conjuguée. Pour que la fraction reste égale, nous devons multiplier le numérateur par le même nombre.</p> $D = \frac{2 \times (\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} + 1) \times (\sqrt{5} - 1)}$ <p>Il faut à présent distribuer au numérateur ainsi qu'au dénominateur.</p> $D = \frac{2 \times \sqrt{5} - 2 \times 1}{\sqrt{5}^2 - 1^2}$ $D = \frac{2\sqrt{5} - 2}{5 - 1} = \frac{2\sqrt{5} - 2}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ |



### Correction de l'exercice 3. (4 points)

Le grand cône a pour hauteur  $SH = 5$  et pour rayon  $AH = 3$ .  
Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[SH]$ . Posons  $SM = x$ .

- Dans quel intervalle varie  $x$  ?
- Ecrire, en fonction de  $x$ , la longueur  $MN$ .
- En déduire, en fonction de  $x$ , le volume du petit cône de rayon  $MN$ .



|             |    |                                                                                                                                                                                               |
|-------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 3. | a. | $x$ varie dans l'intervalle $[0; 5]$                                                                                                                                                          |
|             | b. | <p>Dans le triangle <math>SAH</math>, d'après le théorème de Thalès :</p> $\frac{SM}{SH} = \frac{SN}{SA} = \frac{MN}{AH}$ $\frac{x}{5} = \frac{MN}{3} \text{ donc } MN = \frac{3x}{5} = 0,6x$ |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>Le volume du petit cône est donc :</p> $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \times MN^2 \times SM}{3}$ $V = \frac{\pi \times \left(\frac{3x}{5}\right)^2 \times x}{3}$ $V = \pi \times \frac{9x^2}{25} \times x \times \frac{1}{3} = \frac{3\pi x^3}{25}$ |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

c.

