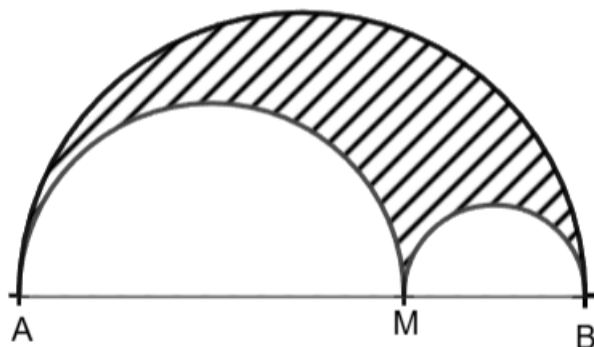


Exercice n°1 : Problème d'aire

Sur la figure ci-dessous, le segment $[AB]$ mesure 10 cm. Le point M se déplace sur le segment $[AB]$. On étudie la partie hachurée. On pose que $AM = x$.



- 1 Quelles sont les formules de l'aire du disque et de la circonférence du cercle ?
- 2 Dans quel intervalle varie x ?
- 3 On note $f(x)$ l'aire de la surface hachurée.
 - a) Dresser, sans justifier, le tableau de variations de $f(x)$.
 - b) Exprimer $f(x)$ en fonction de x , c'est-à-dire écrire l'aire de la surface hachurée en fonction de x (en gardant la valeur exacte π).
 - c) Démontrer que $f(x) = \frac{\pi x (10-x)}{4}$.
 - d) En expliquant sa méthode, conjecturer l'aire maximale hachurée.
- 4 On note $g(x)$ le périmètre de la surface hachurée.
 - a) Exprimer $g(x)$ en fonction de x , c'est-à-dire écrire le périmètre de la surface hachurée en fonction de x (en gardant la valeur exacte π).
 - b) Que peut-on en déduire ?

Exercice n°2 : Un peu de logique

Un mathématicien facétieux dit toujours la vérité le mercredi et le jeudi mais il ment toujours le lundi. Les autres jours, il ment ou dit la vérité au hasard. Tous les jours, on lui demande son prénom. Voici ses réponses dans l'ordre :

Alessio - Peter – Alessio – Peter – Akshay - Peter

Quel est son vrai prénom ? Quel jour le prénom Akshay a-t-il été prononcé ? On expliquera avec soin sa réponse.

Le saviez-vous ? Alessio Figalli, Peter Scholze, Akshay Venkatesh et Caucher Birkar ont été lauréats de la Médaille Fields en 2018.