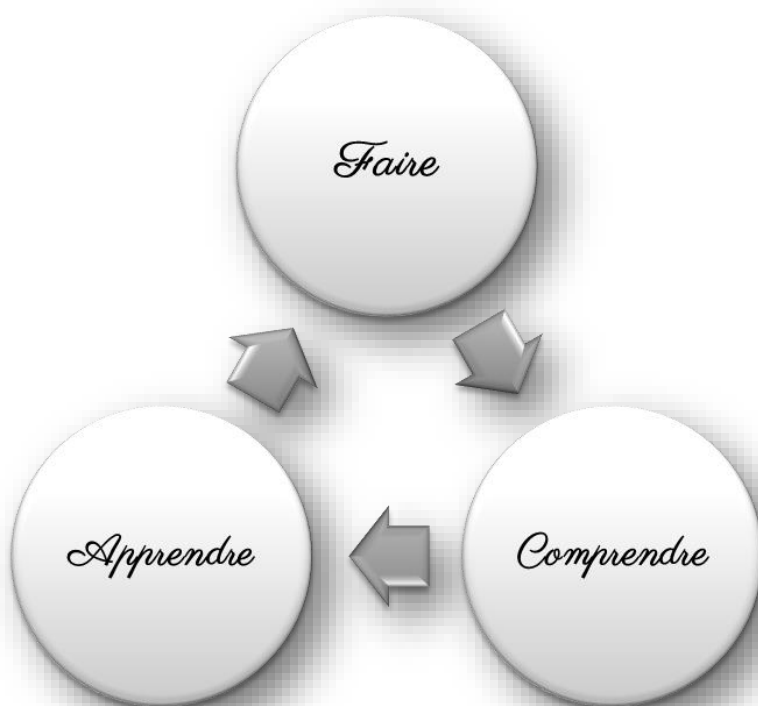




## Table des matières

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| Enoncé du sujet.....                | 2 |
| Exercice 1. Problème d'aire.....    | 2 |
| Exercice 2. Un peu de logique ..... | 2 |
| Correction du sujet.....            | 3 |
| Correction de l'exercice 1.....     | 3 |
| Correction de l'exercice 2.....     | 5 |

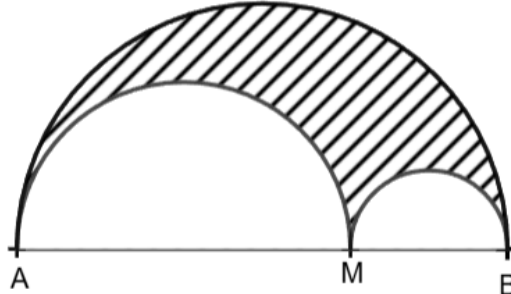
## Seconde ➡ Devoir à rédiger n° 3

Mathématiques

### Énoncé du sujet

#### Exercice 1. Problème d'aire

Sur la figure ci-dessous, le segment  $[AB]$  mesure 10 cm. Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[AB]$ . On étudie la partie hachurée. On pose que  $AM = x$ .



- 1 Quelles sont les formules de l'aire du disque et de la circonférence du cercle ?
- 2 Dans quel intervalle varie  $x$  ?
- 3 On note  $f(x)$  l'aire de la surface hachurée.
  - a) Dresser, sans justifier, le tableau de variations de  $f(x)$ .
  - b) Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $x$ , c'est-à-dire écrire l'aire de la surface hachurée en fonction de  $x$  (en gardant la valeur exacte  $\pi$ ).
  - c) Démontrer que  $f(x) = \frac{\pi x (10-x)}{4}$ .
  - d) En expliquant sa méthode, conjecturer l'aire maximale hachurée.
- 4 On note  $g(x)$  le périmètre de la surface hachurée.
  - a) Exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$ , c'est-à-dire écrire le périmètre de la surface hachurée en fonction de  $x$  (en gardant la valeur exacte  $\pi$ ).
  - b) Que peut-on en déduire ?

#### Exercice 2. Un peu de logique

Un mathématicien facétieux dit toujours la vérité le mercredi et le jeudi mais il ment toujours le lundi. Les autres jours, il ment ou dit la vérité au hasard. Tous les jours, on lui demande son prénom. Voici ses réponses dans l'ordre :

Alessio - Peter – Alessio – Peter – Akshay - Peter

Quel est son vrai prénom ? Quel jour le prénom Akshay a-t-il été prononcé ? On expliquera avec soin sa réponse.

**Le saviez-vous ? Alessio Figalli, Peter Scholze, Akshay Venkatesh et Caucher Birkar ont été lauréats de la Médaille Fields en 2018.**

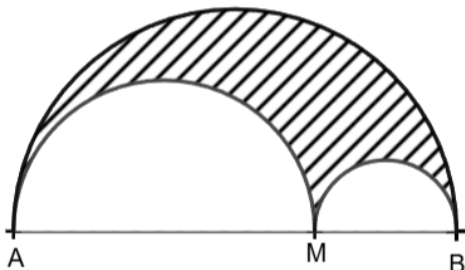
# Seconde ➡ Devoir à rédiger n° 3

Mathématiques

## Correction du sujet

### Correction de l'exercice 1.

Sur la figure ci-dessous, le segment  $[AB]$  mesure 10 cm. Le point  $M$  se déplace sur le segment  $[AB]$ . On étudie la partie hachurée. On pose que  $AM = x$ .



- 1 Quelles sont les formules de l'aire du disque et de la circonférence du cercle ?
- 2 Dans quel intervalle varie  $x$  ?
- 3 On note  $f(x)$  l'aire de la surface hachurée.
  - a) Dresser, sans justifier, le tableau de variations de  $f(x)$ .
  - b) Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $x$ , c'est-à-dire écrire l'aire de la surface hachurée en fonction de  $x$  (en gardant la valeur exacte  $\pi$ ).
  - c) Démontrer que  $f(x) = \frac{\pi x (10-x)}{4}$ .
  - d) En expliquant sa méthode, conjecturer l'aire maximale hachurée.
- 4 On note  $g(x)$  le périmètre de la surface hachurée.
  - a) Exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$ , c'est-à-dire écrire le périmètre de la surface hachurée en fonction de  $x$  (en gardant la valeur exacte  $\pi$ ).
  - b) Que peut-on en déduire ?

Exercice 1.

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                         |     |   |    |        |   |   |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-----|---|----|--------|---|---|
| 1      | Aire du disque                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Circonférence du cercle |     |   |    |        |   |   |
|        | $\pi R^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $2\pi R$                |     |   |    |        |   |   |
| 2      | $x = AM$ varie dans l'intervalle $[0; 10]$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                         |     |   |    |        |   |   |
| 3      | <table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td>0</td><td>0</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                         | $x$ | 0 | 10 | $f(x)$ | 0 | 0 |
|        | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0                       | 10  |   |    |        |   |   |
| $f(x)$ | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0                       |     |   |    |        |   |   |
| 3      | <p>L'aire du demi-disque de rayon 10 cm vaut :</p> $\frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{25\pi}{2}$ <p>L'aire blanche du demi-cercle de diamètre <math>x</math> donc de rayon <math>\frac{x}{2}</math> vaut :</p> $\frac{\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2}{2} = \pi \times \frac{x^2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{x^2\pi}{8}$ <p>L'aire blanche du demi-cercle de diamètre <math>(10 - x)</math> donc de rayon <math>\frac{10-x}{2}</math> vaut :</p> $\frac{\pi \times \left(\frac{10-x}{2}\right)^2}{2} = \pi \times \frac{(10-x)^2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi(100 - 20x + x^2)}{8} = \frac{100\pi - 20\pi x + \pi x^2}{8}$ |                         |     |   |    |        |   |   |

L'aire hachurée vaut donc

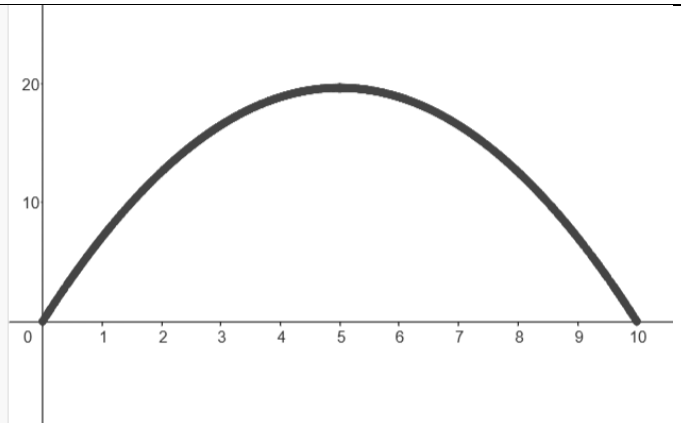
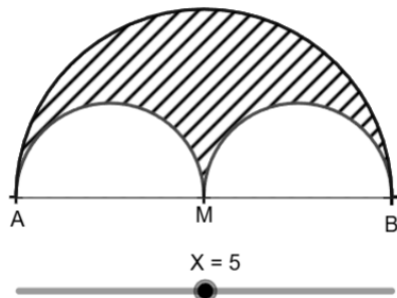
$$f(x) = \frac{25\pi}{2} - \frac{x^2\pi}{8} - \frac{100\pi - 20\pi x + \pi x^2}{8}$$

$$f(x) = \frac{100\pi - 100\pi + 20\pi x - 2\pi x^2}{8}$$

$$f(x) = \frac{20\pi x - 2\pi x^2}{8}$$

$$f(x) = \frac{10\pi x - \pi x^2}{4}$$

$$f(x) = \frac{\pi x (10 - x)}{4}$$



Le périmètre du demi-disque de rayon 10 cm vaut :

$$\frac{2 \times \pi \times 5}{2} = 5\pi$$

Le périmètre du demi-cercle de diamètre  $x$  donc de rayon  $\frac{x}{2}$  vaut :

$$\frac{2 \times \pi \times \frac{x}{2}}{2} = \frac{x\pi}{2}$$

Le périmètre du demi-cercle de diamètre  $(10 - x)$  donc de rayon  $\frac{10-x}{2}$  vaut :

$$\frac{2 \times \pi \times \frac{10-x}{2}}{2} = \frac{(10-x)\pi}{2}$$

4

Le périmètre de la surface hachurée vaut donc :

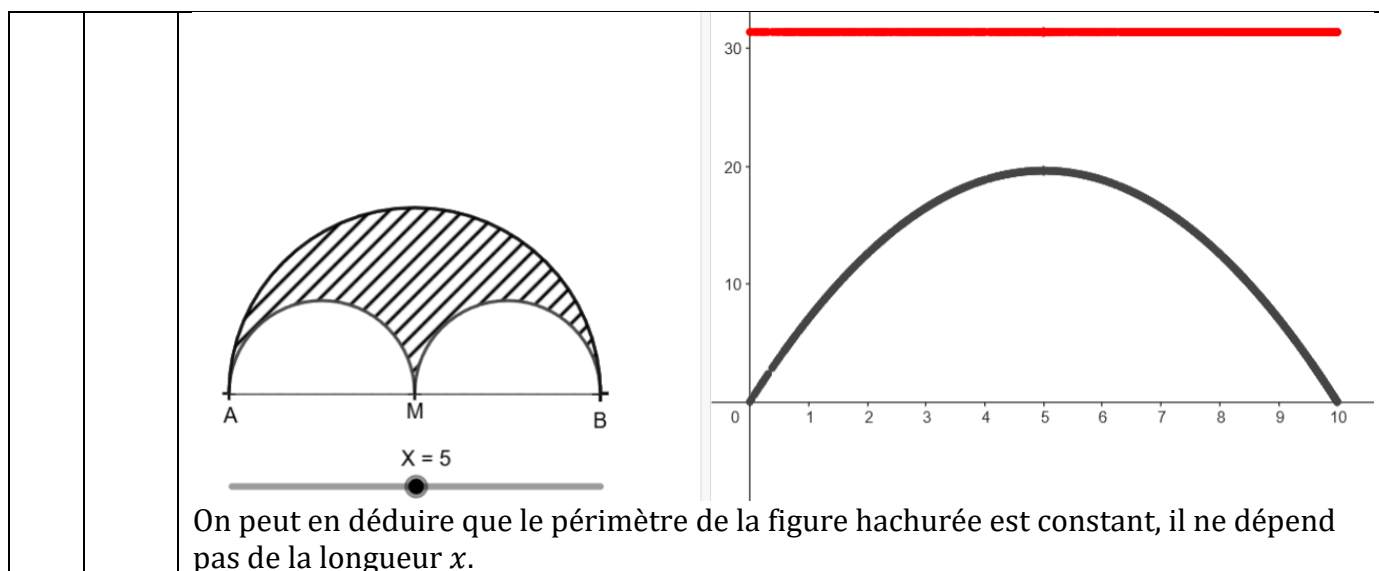
$$g(x) = 5\pi + \frac{x\pi}{2} + \frac{(10-x)\pi}{2}$$

$$g(x) = 5\pi + \frac{x\pi + 10\pi - x\pi}{2}$$

$$g(x) = 5\pi + \frac{10\pi}{2}$$

$$g(x) = 5\pi + 5\pi$$

$$g(x) = 10\pi$$



## Correction de l'exercice 2.

Un mathématicien facétieux dit toujours la vérité le mercredi et le jeudi mais il ment toujours le lundi. Les autres jours, il ment ou dit la vérité au hasard. Tous les jours, on lui demande son prénom. Voici ses réponses dans l'ordre :

Alessio - Peter - Alessio - Peter - Akshay - Peter

Quel est son vrai prénom ? Quel jour le prénom Akshay a-t-il été prononcé ? On expliquera avec soin sa réponse.

**Le saviez-vous ? Alessio Figalli, Peter Scholze, Akshay Venkatesh et Caucher Birkar ont été lauréats de la Médaille Fields en 2018.**

|             |                                                                                                                                                                                                |                 |                 |                 |               |                 |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|
| Exercice 2. | Le mathématicien dit toujours la vérité le mercredi et le jeudi, soit deux jours consécutifs mais il n'y a pas deux prénoms identiques. On peut en déduire qu'il n'y a que deux cas possibles. |                 |                 |                 |               |                 |
|             | 1 <sup>re</sup> possibilité : le dernier prénom est prononcé un mercredi                                                                                                                       |                 |                 |                 |               |                 |
|             | <b>Alessio</b>                                                                                                                                                                                 | <b>Peter</b>    | <b>Alessio</b>  | <b>Peter</b>    | <b>Akshay</b> | <b>Peter</b>    |
|             | <i>Vendredi</i>                                                                                                                                                                                | <i>Samedi</i>   | <i>Dimanche</i> | <i>Lundi</i>    | <i>Mardi</i>  | <i>Mercredi</i> |
|             | Le mathématicien ment toujours le lundi donc son prénom ne peut pas être Peter. Mais, puisqu'il dit la vérité le mercredi cela signifie que son prénom est Peter. Ce qui est impossible.       |                 |                 |                 |               |                 |
|             | 2 <sup>e</sup> possibilité : le 1 <sup>er</sup> prénom est prononcé un jeudi                                                                                                                   |                 |                 |                 |               |                 |
|             | <b>Alessio</b>                                                                                                                                                                                 | <b>Peter</b>    | <b>Alessio</b>  | <b>Peter</b>    | <b>Akshay</b> | <b>Peter</b>    |
|             | <i>Jeudi</i>                                                                                                                                                                                   | <i>Vendredi</i> | <i>Samedi</i>   | <i>Dimanche</i> | <i>Lundi</i>  | <i>Mardi</i>    |
|             | <b>Son prénom est Alessio</b> et il a menti le lundi en disant Akshay.                                                                                                                         |                 |                 |                 |               |                 |