Mercredi 9 avril 2025

Seconde ➡ Contrôle n° 6

Mathématiques

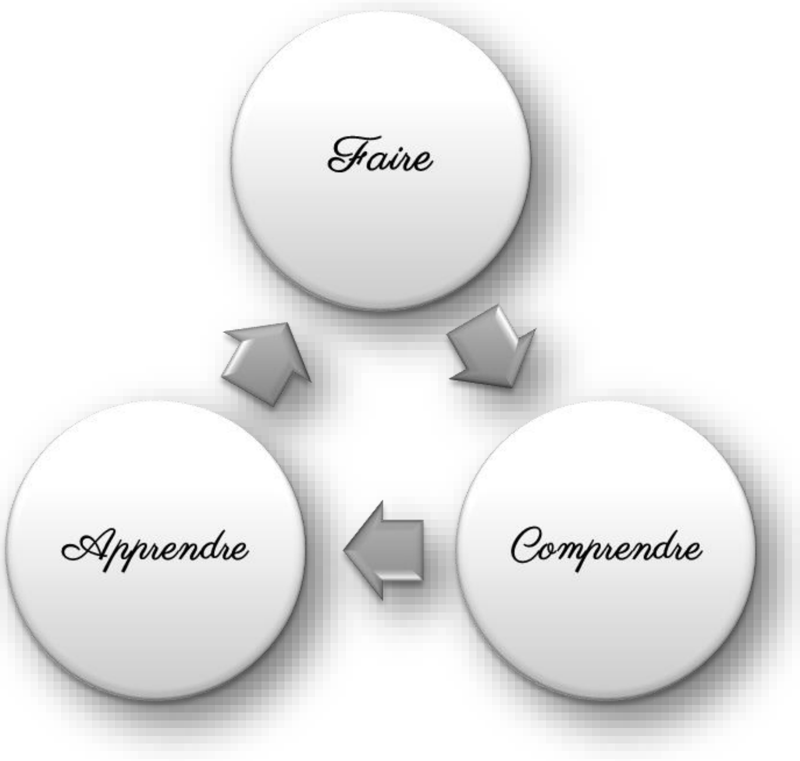


Table des matières

Seconde ⮕ Contrôle n° 6

Mathématiques - Calculatrice autorisée

Enoncé du sujet A

Exercice 1. (8 points)

Soit $f(x) = (4x+3)^2 - (5x-2)(4x+3)$ définie pour tout nombre x.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer l'image de 0 et de 1 par la fonction f.
4. Calculer, en détaillant, l'image de $\frac{2}{5}$ et de $\sqrt{3}$ par la fonction f.
5. Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 0 par la fonction f.
6. Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 15 par la fonction f.

Exercice 2. (5 points)

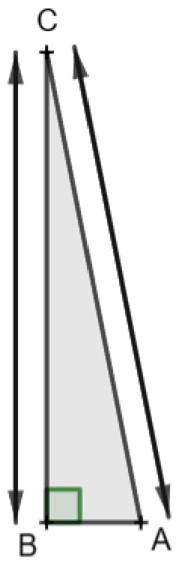
1. Factoriser l'expression : $(3x+1)^2 - 25x^2$.
2. Résoudre en dressant un tableau de signe :

$$3x + 1 - \frac{25x^2}{3x+1} \geq 0$$

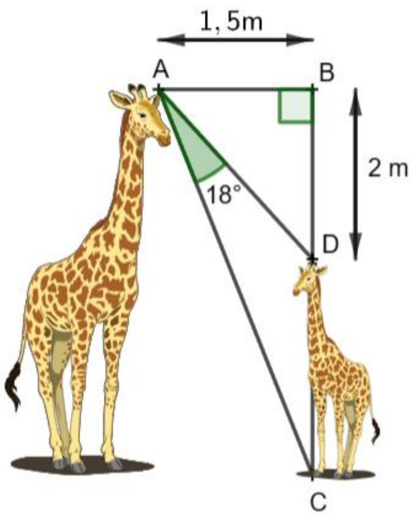
Exercice 3. (7 points)

1. Mercredi 22 mars 2023, le Français Simon Billy s'est lancé, à 2 715 mètres d'altitude, au sommet de la piste de Chabrières, à Vars, dans une pente qui atteint par endroits les 98 %. Il a atteint la vitesse impressionnante de 255,5 km/h, établissant ainsi un nouveau record du monde de ski de vitesse.

Sachant que, dans le triangle ABC rectangle en B, le rapport entre BC et AC est 98%, déterminer, à 0,1° près, l'angle $\widehat{CAB}$.



2. La girafe voit son girafon sous un angle de 18°. A l'aide des données sur le graphique ci-contre, déterminer la taille DC du girafon, arrondie à 0,1 m.



↑

Seconde → Contrôle n° 6

Mathématiques - Calculatrice autorisée

Enoncé du sujet B

Exercice 1. (8 points)

Soit $f(x) = (3x+5)^2 - (4x-7)(3x+5)$ définie pour tout nombre x.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer l'image de 0 et de 1 par la fonction f.
4. Calculer, en détaillant, l'image de $\frac{7}{4}$ et de $\sqrt{5}$ par la fonction f.
5. Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 0 par la fonction f.
6. Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 60 par la fonction f.

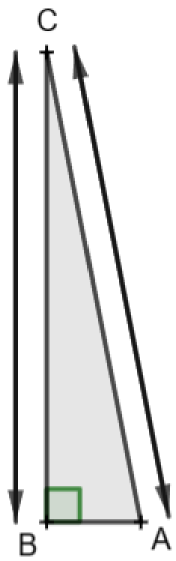
Exercice 2. (5 points)

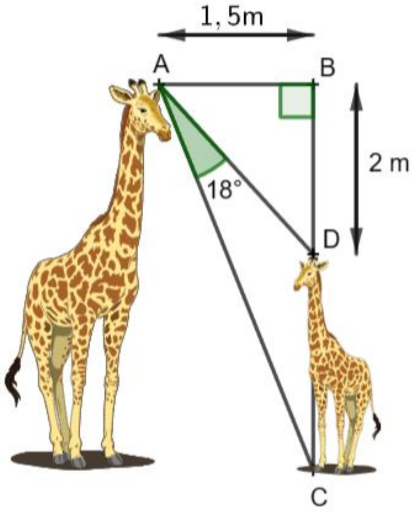
1. Factoriser l'expression : $(5x+1)^2 - 49x^2$.
2. Résoudre en dressant un tableau de signe :

$$5x + 1 - \frac{49x^2}{5x+1} \leq 0$$

Exercice 3. (7 points)

1. Mercredi 22 mars 2023, le Français Simon Billy s'est lancé, à 2 715 mètres d'altitude, au sommet de la piste de Chabrières, à Vars, dans une pente qui atteint par endroits les 98 %. Il a atteint la vitesse impressionnante de 255,5 km/h, établissant ainsi un nouveau record du monde de ski de vitesse.
Sachant que, dans le triangle ABC rectangle en B, le rapport entre BC et AC est 98%, déterminer, à 0,1° près, l'angle $\widehat{CAB}$.





2. La girafe voit son girafon sous un angle de 18°. A l'aide des données sur le graphique ci-contre, déterminer la taille DC du girafon, arrondie à 0,1 m.

Seconde $\boxed{\rightarrow}$ Contrôle n° $\boxed{6}$

Mathématiques

Correction du sujet A

Correction de l'exercice 1. (8 points)

Soit $f(x) = (4x+3)^2 - (5x-2)(4x+3)$ définie pour tout nombre x.

$\boxed{1}$ Développer et réduire $f(x)$.

$\boxed{2}$ Factoriser $f(x)$.

$\boxed{3}$ Calculer l'image de 0 et de 1 par la fonction f.

$\boxed{4}$ Calculer, en détaillant, l'image de $\frac{2}{5}$ et de $\sqrt{3}$ par la fonction f.

$\boxed{5}$ Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 0 par la fonction f.

$\boxed{6}$ Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 15 par la fonction f.

Exercice 1.

$\boxed{1}$

$$\begin{aligned} f(x) &= (4x+3)^2 - (5x-2)(4x+3) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 - (20x^2 + 15x - 8x - 6) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 - (20x^2 + 7x - 6) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 - 20x^2 - 7x + 6 \\ &= -4x^2 + 17x + 15 \end{aligned}$$

$\boxed{2}$

$$\begin{aligned} f(x) &= (4x+3)^2 - (5x-2)(4x+3) \\ &= [(4x+3) - (5x-2)](4x+3) \\ &= (4x+3-5x+2)(4x+3) \\ &= (-x+5)(4x+3) \end{aligned}$$

$\boxed{3}$

$f(x) = -4x^2 + 17x + 15$

$f(0) = 0 + 0 + 15 = 15$

$f(1) = -4 + 17 + 15 = 28$

$\boxed{4}$

$f(x) = (4x+3)^2 - (5x-2)(4x+3)$

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = \left(4\times\frac{2}{5}+3\right)^2 - \underbrace{\left(5\times\frac{2}{5}-2\right)}_{=0}\left(4\times\frac{2}{5}+3\right)$$

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{8}{5}+\frac{15}{5}\right)^2 = \left(\frac{23}{5}\right)^2 = \frac{529}{25}$$

$f(x) = -4x^2 + 17x + 15$

$f(\sqrt{3}) = -4\times\sqrt{3}^2 + 17\times\sqrt{3} + 15$

$f(\sqrt{3}) = -12 + 17\sqrt{3} + 15$

$f(\sqrt{3}) = 3 + 17\sqrt{3}$

$\boxed{5}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (-x+5)(4x+3) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est égal à 0 si et seulement si l'un au moins des facteurs est égal à 0.

$$\begin{array}{ccc} -x+5=0 & \text{ou} & 4x+3=0 \\ -x=-5 & \text{ou} & 4x=-3 \\ x=5 & \text{ou} & x=\dfrac{-3}{4} \end{array}$$

Les antécédents de 0 sont 5 et $-\frac{3}{4}$.

6

$$\begin{aligned} f(x) &= 15 \\ -4x^2+17x+15 &= 15 \\ -4x^2+17x &= 0 \\ (-4x+17)\times x &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est égal à 0 si et seulement si l'un au moins des facteurs est égal à 0.

$-4x+17=0$	ou	$x=0$
$-4x=-17$	ou	$x=0$
$x=\dfrac{-17}{-4}=\dfrac{17}{4}$	ou	$x=0$

Les antécédents de 15 sont 0 et $\frac{17}{4}$.

Correction de l'exercice 2. (5 points)

1 Factoriser l'expression : $(3x+1)^2-25x^2$.

2 Résoudre en dressant un tableau de signe :

$$3x+1-\frac{25x^2}{3x+1}\geq 0$$

Exercice 2.

1

$$\begin{aligned} (3x+1)^2-25x^2 &= (3x+1-5x)(3x+1+5x) \\ &= (1-2x)(8x+1) \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} 3x+1-\frac{25x^2}{3x+1} &\leq 0 \\ \frac{(3x+1)^2-25x^2}{3x+1} &\leq 0 \\ \frac{(1-2x)(8x+1)}{3x+1} &\leq 0 \end{aligned}$$

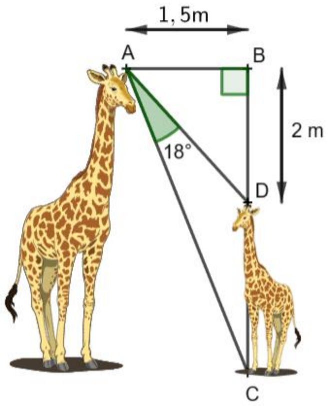
Etudions le signe de chacun des facteurs

$1-2x>0$	$8x+1>0$	$3x+1>0$
$-2x>-1$	$8x>-1$	$3x>-1$
$x<\dfrac{1}{2}$	$x>\dfrac{-1}{8}$	$x>\dfrac{-1}{3}$

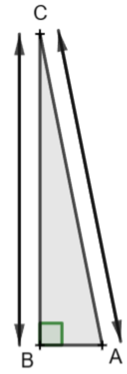
x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{-1}{8}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$	‖	$+$		$+$	0	$-$	
$8x+1$		$-$	‖	$-$	0	$+$		$+$	
$3x+1$		$-$	‖	$+$		$+$		$+$	
$\frac{(1-2x)(8x+1)}{3x+1}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

L'ensemble de solutions est $\left]-\frac{1}{3};-\frac{1}{8}\right]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

Correction de l'exercice 3. (7 points)



1 Mercredi 22 mars 2023, le Français Simon Billy s'est lancé, à 2 715 mètres d'altitude, au sommet de la piste de Chabrières, à Vars, dans une pente qui atteint par endroits les 98 %. Il a atteint la vitesse impressionnante de 255,5 km/h, établissant ainsi un nouveau record du monde de ski de vitesse.
Sachant que, dans le triangle ABC rectangle en B, le rapport entre BC et AC est 98%, déterminer, à 0,1° près, l'angle $\widehat{CAB}$.
2 La girafe voit son girafon sous un angle de 18°. A l'aide des données sur le graphique ci-contre, déterminer la taille DC du girafon, arrondie à 0,1 m.

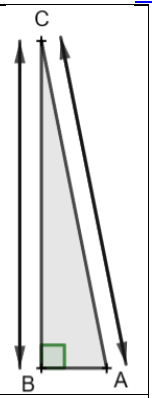


<table>
<tr>
<td rowspan="2">Exercice 3.</td>
<td>1</td>
<td>

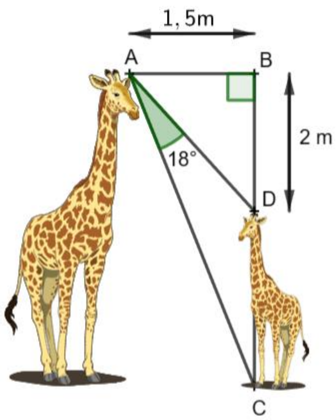
$$\frac{BC}{AC} = 98\% = 0{,}98 = \sin\left(\widehat{CAB}\right)$$

$$\widehat{CAB} = \sin^{-1}(0{,}98)$$

$$\widehat{CAB} \approx 78{,}5°$$



</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>



$$\tan\left(\widehat{BAD}\right) = \frac{BD}{BA} = \frac{2}{1{,}5} = \frac{4}{3}$$

$$\widehat{BAD} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53{,}13°$$

J'en déduis que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure :

$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{DAC} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) + 18° \approx 71{,}13°$$

Par conséquent :

$$\tan\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{BC}{BA} = \frac{BC}{1{,}5} = \tan(71{,}13°)$$

J'en déduis que :

$$BC = 1{,}5 \times \tan(71{,}13°) \approx 4{,}3886$$

Le girafon mesure donc 2,4 mètres.
</td>
</tr>
</table>

Seconde ➡ Contrôle n° 6

Mathématiques - Calculatrice autorisée

Correction du sujet B

Correction de l'exercice 1. (8 points)

Soit $f(x) = (3x+5)^2 - (4x-7)(3x+5)$ définie pour tout nombre x.

1 Développer et réduire $f(x)$.

2 Factoriser $f(x)$.

3 Calculer l'image de 0 et de 1 par la fonction f.

4 Calculer, en détaillant, l'image de $\frac{7}{4}$ et de $\sqrt{5}$ par la fonction f.

5 Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 0 par la fonction f.

6 Déterminer, en justifiant, l'antécédent de 60 par la fonction f.

Exercice 1.

1

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x+5)^2 - (4x-7)(3x+5) \\ &= 9x^2 + 30x + 25 - (12x^2 + 20x - 21x - 35) \\ &= 9x^2 + 30x + 25 - (12x^2 - x - 35) \\ &= 9x^2 + 30x + 25 - 12x^2 + x + 35 \\ &= -3x^2 + 31x + 60 \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x+5)^2 - (4x-7)(3x+5) \\ &= [(3x+5) - (4x-7)](3x+5) \\ &= (3x+5-4x+7)(3x+5) \\ &= (12-x)(3x+5) \end{aligned}$$

3

$f(x) = -3x^2 + 31x + 60$

$f(0) = 0 + 0 + 60 = 60$

$f(1) = -3 + 31 + 60 = 88$

4

$f(x) = (3x+5)^2 - (4x-7)(3x+5)$

$$f\left(\frac{7}{4}\right) = \left(3 \times \frac{7}{4} + 5\right)^2 - \underbrace{\left(4 \times \frac{7}{4} - 7\right)}_{=0}\left(3 \times \frac{7}{4} + 5\right)$$

$$f\left(\frac{7}{4}\right) = \left(\frac{21}{4} + \frac{20}{4}\right)^2 = \left(\frac{41}{4}\right)^2 = \frac{1681}{16}$$

$f(x) = -3x^2 + 31x + 60$

$f\left(\sqrt{5}\right) = -3 \times \sqrt{5}^2 + 31 \times \sqrt{5} + 60$

$f\left(\sqrt{5}\right) = -15 + 31\sqrt{5} + 60$

$f\left(\sqrt{5}\right) = 45 + 31\sqrt{5}$

5

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (12-x)(3x+5) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est égal à 0 si et seulement si l'un au moins des facteurs est égal à 0.

$12 - x = 0$	ou	$3x + 5 = 0$
$-x = -12$	ou	$3x = -5$
$x = 12$	ou	$x = \frac{-5}{3}$

Les antécédents de 0 sont 12 et $-\frac{5}{3}$.

	6	$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 60 \\ -3x^2+31x+60 & = & 60 \\ -3x^2+31x & = & 0 \\ (-3x+31)\times x & = & 0 \end{array}$$ Un produit est égal à 0 si et seulement si l'un au moins des facteurs est égal à 0. $$\begin{array}{ccc} -3x+31=0 & \text{ou} & x=0 \\ -3x=-31 & \text{ou} & x=0 \\ x=\dfrac{-31}{-3}=\dfrac{31}{3} & \text{ou} & x=0 \end{array}$$ Les antécédents de 60 sont 0 et $\frac{31}{3}$.

Correction de l'exercice 2. (5 points)

1 Factoriser l'expression : $(5x+1)^2-49x^2$.

2 Résoudre en dressant un tableau de signe :

$$5x+1-\frac{49x^2}{5x+1}\leq 0$$

Exercice 2.

1

$$\begin{array}{rcl} (5x+1)^2-49x^2 & = & (5x+1-7x)(5x+1+7x) \\ & = & (1-2x)(12x+1) \end{array}$$

2

$$\begin{array}{rcl} 5x+1-\dfrac{49x^2}{5x+1} & \leq & 0 \\ \dfrac{(5x+1)^2-49x^2}{5x+1} & \leq & 0 \\ \dfrac{(1-2x)(12x+1)}{5x+1} & \leq & 0 \end{array}$$

Etudions le signe de chacun des facteurs

$$\begin{array}{ccc} 1-2x>0 & 12x+1>0 & 5x+1>0 \\ -2x>-1 & 12x>-1 & 5x>-1 \\ x<\dfrac{1}{2} & x>\dfrac{-1}{12} & x>\dfrac{-1}{5} \end{array}$$

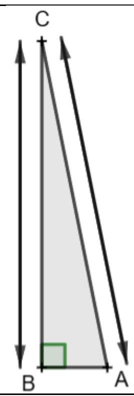
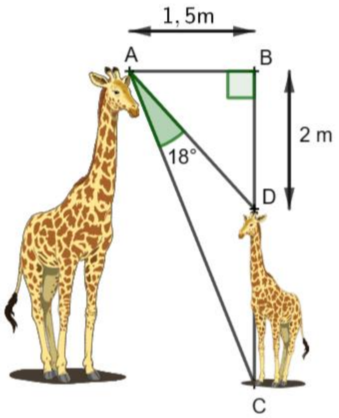
x	$-\infty$		$\frac{-1}{5}$		$\frac{-1}{12}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$12x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$5x+1$		$-$	||	$+$		$+$		$+$	
$\frac{(1-2x)(12x+1)}{5x+1}$		$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	

L'ensemble de solutions est $\left]-\frac{1}{5};-\frac{1}{12}\right]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

Correction de l'exercice 3. (7 points)

1 Mercredi 22 mars 2023, le Français Simon Billy s'est lancé, à 2 715 mètres d'altitude, au sommet de la piste de Chabrières, à Vars, dans une pente qui atteint par endroits les 98 %. Il a atteint la vitesse impressionnante de 255,5 km/h, établissant ainsi un nouveau record du monde de ski de vitesse.
Sachant que, dans le triangle ABC rectangle en B, le rapport entre BC et AC est 98%, déterminer, à 0,1° près, l'angle $\widehat{CAB}$.

2 La girafe voit son girafon sous un angle de 18°. A l'aide des données sur le graphique ci-contre, déterminer la taille DC du girafon, arrondie à 0,1 m.

Exercice 1.	1	$\frac{BC}{AC} = 98\% = 0{,}98 = \sin(C\hat{A}B)$ $C\hat{A}B = \sin^{-1}(0{,}98)$ $C\hat{A}B \approx 78{,}5°$ 
	2	 $\tan(B\hat{A}D) = \frac{BD}{BA} = \frac{2}{1{,}5} = \frac{4}{3}$ $B\hat{A}D = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53{,}13°$ J'en déduis que l'angle $B\hat{A}C$ mesure : $B\hat{A}C = B\hat{A}D + D\hat{A}C = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) + 18° \approx 71{,}13°$ Par conséquent : $\tan(B\hat{A}C) = \frac{BC}{BA} = \frac{BC}{1{,}5} = \tan(71{,}13°)$ J'en déduis que : $BC = 1{,}5 \times \tan(71{,}13°) \approx 4{,}3886$ Le girafon mesure donc 2,4 mètres.