

Exercice 1. Divisibilité

- 1. Le nombre 7 divise-t-il 306 ? 307 ? 308 ?
- 2. 305 est-il un multiple de -17 ? 306 est-il un multiple de -17 ?
- 3. Soient a et b deux nombres entiers relatifs, comment peut-on définir le fait que b divise a ? Que peut-on en déduire pour le nombre a dans ce cas ?
- 4. Le nombre 3 divise-t-il la somme de trois nombres entiers consécutifs quelconques ?

Exercice 2. Ensemble des diviseurs

Quel que soit le nombre entier naturel n que l'on choisit, Maryam affirme que le résultat du calcul $n^5 - n$ sera toujours divisible par 30. **Etes-vous d'accord avec elle ?**

Exercice 3. $\sqrt{2}$ est irrationnel !

- 1 a) Démontrer que si p est pair alors p^2 est pair.
- b) Démontrer que si p est impair alors p^2 est impair.
- c) En déduire que si p^2 est pair alors p est pair.
- 2. Démontrer que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.

Exercice 4.

Déterminer tous les entiers naturels n tels que n divise $n + 6$.

Exercice 5. Ensemble des diviseurs

- 1 a) Donnez la liste de tous les diviseurs de 30.
- b) de tous les diviseurs de 1.
- c) de tous les diviseurs de 0.
- d) de tous les diviseurs de -60 .
- e) Existe-t-il un nombre qui n'admet aucun diviseur ?
- 2. Soit n un entier relatif non nul, donner un encadrement des diviseurs de n . Que peut-on en déduire ?
- 3. Soit n un entier relatif non nul, on note $\mathcal{D}(n)$ l'ensemble des diviseurs de n . Démontrer que $\text{Card}(\mathcal{D}(n)) \geq 1$ (Card signifie le cardinal d'ensemble c'est-à-dire le nombre d'éléments.)

Exercice 6. Transitivité

Soient a , b et c trois nombres entiers relatifs, démontrer que si $a|b$ et que $b|c$ alors $a|c$.

Exercice 7. Somme et différence

- 1. Soient a , b et c trois nombres entiers relatifs, démontrer que si a divise b et a divise c alors a divise $b + c$ et a divise $b - c$.
- 2. Quels sont les diviseurs communs à 60 et 63 ?
- 3. Déterminer tous les entiers naturels n tels que $n + 1$ divise $n + 11$.

Exercice 8. Combinaison linéaire

- 1. Soient a , b et c trois nombres entiers relatifs, démontrer que si a divise b et a divise c alors a divise $pb + qc$ où $p, q \in \mathbb{Z}$.
- 3. Déterminer tous les entiers naturels n tels que $2n + 1$ divise $n + 12$.