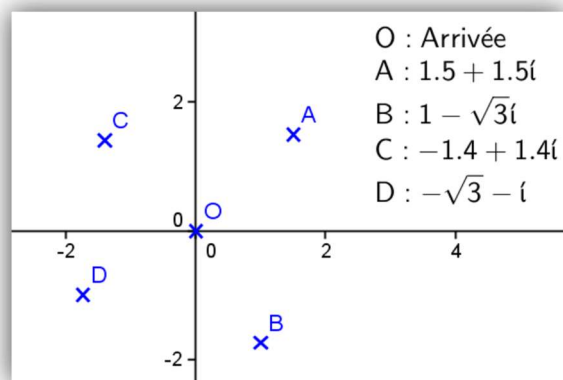


Exercice 1.

Lors d'une course de bateaux, un radar embarqué dans un hélicoptère donne les positions des bateaux A, B, C et D.

Quel bateau est en train de gagner la course ?



Exercice 2.

Dans le repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$$z_A = 4, z_B = iz_A, z_C = -2\sqrt{3} - 2i \text{ et } z_D = iz_C.$$

Les droites (BC) et (AD) sont-elles parallèles ?

Exercice 3.

$\mathbb{U}$ est l'ensemble des nombres complexes de module 1 : $\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}$

► 1. Les nombres suivants appartiennent-ils à l'ensemble $\mathbb{U}$?

$$z_A = 0, z_B = i, z_C = 1 - i \text{ et } z_D = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

► 2. Soit z un nombre complexe de module 1, démontrer que $\bar{z}$ et $-z$ appartiennent aussi à $\mathbb{U}$.

► 3. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

$$P_1 : \text{Si } z \in \mathbb{U} \text{ et } z' \in \mathbb{U} \text{ alors } z + z' \in \mathbb{U}$$

$$P_2 : \text{Si } z \in \mathbb{U} \text{ et } z' \in \mathbb{U} \text{ alors } z \times z' \in \mathbb{U}$$

$$P_3 : \text{Si } z \in \mathbb{U} \text{ alors } \frac{1}{z} \in \mathbb{U}$$

Exercice 4.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

► 1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(z^2 - 2z + 4)(z^2 + 4) = 0$

► 2. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = 2i$.

a. Écrire z_A et z_B sous forme trigonométrique et justifier que les points A et B sont sur un cercle de centre O dont on précisera le rayon.

b. Faire une figure et placer les points A et B. Déterminer une mesure de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OB})$.

► 3. On note F le point d'affixe $z_F = z_A + z_B$.

a. Placer le point F sur la figure précédente. Montrer que OAFB est un losange.

b. En déduire une mesure de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OF})$ puis de l'angle $(\vec{u}; \vec{OF})$.

c. Calculer le module de z_F et en déduire l'écriture de z_F sous forme trigonométrique.

d. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

► 4. Deux modèles de calculatrice de marques différentes donnent pour l'une

$$\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \text{ et pour l'autre } \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}. \text{ Ces résultats sont-ils contradictoires ?}$$