

**Exercice 1.**

► 1. On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 4a+6 & 5 \\ -15 & -2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -b \end{pmatrix}$

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  $A - 5B = 3I_2$ .

► 2. On considère les matrices  $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $F = (1 \ 2)$  et  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

Calculer, lorsque c'est possible, les produits  $F \times E$ ,  $F \times G$  et  $E \times F$ .

**Exercice 2.**

*Soit  $M$  une matrice carrée d'ordre  $n \in \mathbb{N}^*$ , on dit que la matrice  $M$  est nilpotente lorsqu'il existe un entier  $p$  non nul tel que  $M^p$  est la matrice nulle d'ordre  $n$ .*

Soit  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 1. Les matrices  $A$  et  $B$  sont-elles nilpotentes ?
- 2. La matrice  $A \times B$  est-elle nilpotente ?
- 3. La matrice  $A + B$  est-elle nilpotente ?

**Exercice 3.**

Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

- 1. Calculer  $A \times B$  et  $B \times A$  que remarque-t-on ?
- 2. Calculer  $A \times C$  et  $C \times A$  que remarque-t-on ?
- 3. Soit  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  une matrice carrée d'ordre 2, non nulle, déterminer son inverse lorsque c'est possible.

**Exercice 4.**

**Partie A.** On donne la matrice  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 1. Déterminer les matrices  $M^2$  puis  $M^3$ .
- 2. Calculer  $M^2 + 8M + 6I_3$  où  $I_3$  est la matrice identité d'ordre 3.
- 3. En déduire que  $M$  est inversible et déterminer  $M^{-1}$ .

**Partie B.**

Déterminer trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que la parabole d'équation  $y = ax^2 + bx + c$  passe par les points  $A(1; 1)$ ,  $B(-1; -1)$  et  $B(2; 5)$ .