

### Exercice 1.

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ \lambda & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  où  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

► 1.a. Calculer  $A^2 - 7A$ .

b. Pour quelle valeur de  $\lambda$  a-t-on  $A^2 - 7A = -10I_3$  ? Pour cette valeur de  $\lambda$ , que peut-on en déduire pour  $A$  ?

► 2. On cherche à résoudre le système d'équations suivant : 
$$\begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x + 3y + z = 2 \\ x + y + 3z = -2 \end{cases}$$

a) Ecrire le système sous la forme  $AX = B$  où les matrices  $B$  et  $X$  sont à préciser.

b) Résoudre alors ce système.

### Exercice 2.

Soit  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  et  $I_3$  la matrice identité.

► 1. Calculer  $A^3$ .

► 2. Développer le produit :  $(I_3 - A)(I_3 + A + A^2)$ .

► 3. Que peut-on en déduire à propos de la matrice  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  ?

### Exercice 3.

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -2 & x \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$  où  $x$  est un réel quelconque.

► 1. Calculer, en fonction de  $x$ , la matrice  $A^2$ .

► 2 a) Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  on a l'égalité  $A^4 = I_2$ .

b) Pour les valeurs de  $x$  précédentes, que peut-on dire de la matrice  $A$  ?

► 3. On pose  $B = A^2$ . Déterminer l'inverse de la matrice  $B$ .

### Exercice 4.

Le service hotline d'une société de téléphonie reçoit trois types d'appels :

- des appels concernant les factures et résiliations notés F,
- des appels pour les offres commerciales notées C,
- des appels pour les problèmes techniques notés T.

Une étude a montré qu'en moyenne un appel F nécessite 5 min au standard, un appel C nécessite 2 min au standard et 10 min avec un employé spécialisé et un appel T nécessite 3 min au standard et 7 min avec un employé spécialisé.

Au cours de la dernière heure, la hotline a reçu 122 appels, les standardistes ont été actifs durant 440 min et les employés spécialisés durant 580 min.

On note  $x$  (respectivement  $y$  et  $z$ ) le nombre d'appels F (respectivement C et T) reçus au cours de la dernière heure.

**Traduire les données de l'énoncé par un système d'équations puis le résoudre.**