

On étudie la fonction définie sur $] -\infty; 1[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x-1}$$

- 1** Etudier les limites de la fonction f . En déduire une interprétation graphique.
- 2** Dresser, en justifiant, le tableau de variations de f .
- 3** Déterminer l'équation de la tangente en 0.
- 4** a) Démontrer que, $\forall x \in] -\infty; 1[$, $f''(x) = \frac{e^x(x^2 - 4x + 5)}{(x-1)^3}$.
b) Etudier la convexité de f sur $] -\infty; 1[$.
c) En déduire que, $\forall x \in] -\infty; 1[$, $e^x \geq (2x + 1)(1 - x)$