

Pour chaque suite, déterminer si elle est ou non monotone ...

► 1. $\forall n \in \mathbb{N}, a_n = 2n^2 - n + 1$

► 2. $\forall n \in \mathbb{N}, b_n = 5^n - 2$

► 3. $\forall n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) est définie par :

```
def u(n):  
    return 1/(n+1)
```

► 4. $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = \sqrt{3n - 1}$



Suite de signe
quelconque

Comparer,
pour tout
entier naturel
 n ,

$$u_{n+1} - u_n \text{ à } 0.$$

Suite strictement
positive

Comparer,
pour tout
entier naturel
 n ,

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \text{ à } 1.$$

► 1. Soit $n \in \mathbb{N}$, $a_n = 2n^2 - n + 1$

$$a_{n+1} - a_n = 2(n+1)^2 - (n+1) + 1 - (2n^2 - n + 1)$$

$$a_{n+1} - a_n = 2(n^2 + 2n + 1) - n - 1 + 1 - 2n^2 + n - 1$$

$$a_{n+1} - a_n = 2n^2 + 4n + 2 - 2n^2 - 1$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n + 1$$

Je sais que :

$$n \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4n \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4n + 1 \geq 1$$

$$\Rightarrow a_{n+1} - a_n \geq 0$$

La suite (a_n) est donc croissante.



► 2. Soit $n \in \mathbb{N}$, $b_n = 5^n - 2$

$$b_{n+1} - b_n = 5^{n+1} - 2 - (5^n - 2)$$

$$b_{n+1} - b_n = 5^{n+1} - 2 - 5^n + 2$$

$$b_{n+1} - b_n = 5^{n+1} - 5^n$$

$$b_{n+1} - b_n = 5^n(5 - 1)$$

$$b_{n+1} - b_n = 5^n \times 4$$

Je sais que :

$$5^n \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5^n \times 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow b_{n+1} - b_n \geq 0$$

La suite (b_n) est donc croissante.

► 3. $\forall n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) est définie par :

```
def u(n):  
    return 1/(n+1)
```

Soit $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{n+1}$

Méthode n°1 :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)+1} - \frac{1}{n+1}$$
$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1 \times (n+1)}{(n+2) \times (n+1)} - \frac{1 \times (n+2)}{(n+1) \times (n+1)}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+1 - n-2}{(n+2)(n+1)}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{(n+2)(n+1)} \leq 0$$

La suite (u_n) est donc décroissante.

Méthode n°2 :

Soit $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{n+1} > 0$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{n+2}}{\frac{1}{n+1}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{n+2} \times \frac{n+1}{1}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{n+2} \leq 1 \text{ car } n+2 \geq n+1$$

La suite (u_n) est donc décroissante.

► 4. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = \sqrt{3n - 1}$

$$v_{n+1} - v_n = \sqrt{3(n+1) - 1} - \sqrt{3n - 1}$$

$$v_{n+1} - v_n = \sqrt{3n + 3 - 1} - \sqrt{3n - 1}$$

$$v_{n+1} - v_n = \sqrt{3n + 2} - \sqrt{3n - 1}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{(\sqrt{3n + 2} - \sqrt{3n - 1}) \times (\sqrt{3n + 2} + \sqrt{3n - 1})}{1 \times (\sqrt{3n + 2} + \sqrt{3n - 1})}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{\sqrt{3n+2}^2 - \sqrt{3n-1}^2}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n-1}}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3n+2 - (3n-1)}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n-1}}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3n+2 - 3n+1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n-1}}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n-1}} \geq 0$$

La suite (v_n) est donc croissante.