

Exercice n°1 :

- ❑ En informatique, un octet est une succession de 8 bits, chaque bit ne pouvant prendre que deux valeurs : 0 ou 1.
- Combien d'octets différents existe-t-il ?
 - Dans le système RVB, une couleur est codée à l'aide de 3 octets désignant respectivement les niveaux de rouge, de vert et de bleu. Combien de couleurs différentes est-il ainsi possible de coder avec le système RVB ?
- ❑ Le code de sécurité d'une voiture est un nombre à six chiffres.
- Quel est le nombre de codes possibles ?
 - Quel est le nombre de codes formés de chiffres distincts deux à deux ?
 - Le propriétaire a oublié le code mais il se souvient que les chiffres utilisés sont 1, 3, 7, 7, 8 et 9 mais il a oublié dans quel ordre ils sont placés. Combien de codes différents peut-il composer avec ces chiffres ?
- ❑ SuperEnalotto est une loterie jouée en Italie depuis le 3 décembre 1997. Les joueurs doivent deviner les 6 numéros gagnants parmi 90 numéros. Quelles sont les chances de gagner le jackpot ?

Exercice n°2 :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x - 1}{x e^x + 1}$. On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = x + 2 - e^x$.

- Etudier le sens de variation de g sur $[0; +\infty[$ et déterminer la limite de g en $+\infty$.
- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution et une seule dans $[0; +\infty[$.
 - On note α cette solution. Donner un encadrement de α à 10^{-2} .
- En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0; +\infty[$.

Partie B : Etude de la fonction f

- On admet que f est dérivable sur $[0; +\infty[$. Etudier le sens de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$ en utilisant la question A.3.
- Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat trouvé.
- Etablir que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.
 - En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A.2., donner un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 10^{-2} .
- Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
- Etablir que, $\forall x \in [0; +\infty[$, $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{x e^x + 1}$ avec $u(x) = e^x - x e^x - 1$.
 - Etudier le sens de variation de la fonction u sur l'intervalle $[0; +\infty[$. En déduire le signe de $u(x)$.
 - Déduire des questions précédentes la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite T .
- Sur papier millimétré, on tracera les courbe $\mathcal{C}$ et T dans un repère de 4 cm d'unité.