Mardi 30 janvier 2024
Terminale ➡ Contrôle n° 5
Spécialité Mathématiques

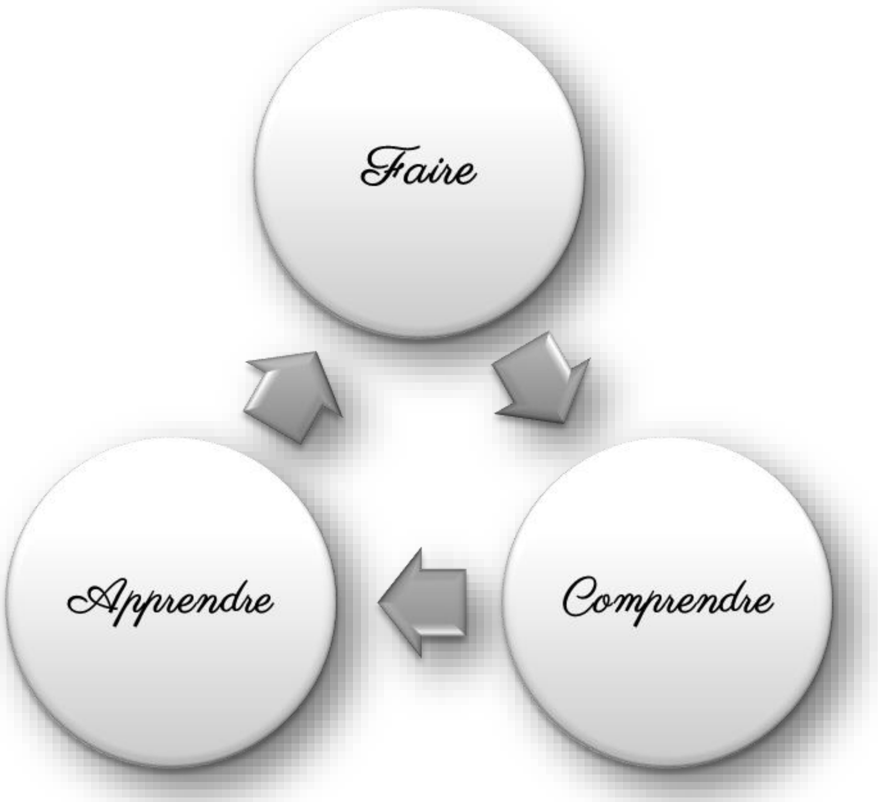


Table des matières

Terminale ➡ Contrôle n° 5

Spécialité Mathématiques

Enoncé du sujet A

Exercice 1. (7 points)

▶1. *La loterie nationale a été créée par décret, le 22 juillet 1933, pour venir en aide aux invalides de guerre, aux anciens combattants et aux victimes de calamités agricoles. Puis le 10 juillet 1975, le Premier ministre d'alors Jacques Chirac crée, toujours par décret, le Loto.*
a) Depuis 2008, une grille de loto est composée de cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Combien de grilles de loto sont-elles possibles ?

b) En 2004, la loterie européen « Euromillions » est créée à son tour. Il s'agit de choisir cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Combien de grilles d'Euromillions peut-on former ?

c) Que pensez-vous de la phrase suivante « La probabilité de remporter le jackpot de l'Euro Millions est six fois moindre que celle de repartir avec les gains du Loto. » (*Le Figaro le 13 décembre 2013*) ?

▶2. a) Le mot de passe de Cédric contient 2 lettres minuscules et 6 chiffres. Combien de possibilités cela fait-il ?
b) Quant à elle, Ada préfère choisir 10 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux. Combien de possibilités cela fait-il ?

Exercice 2. (6 points)

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelée un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.
On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.
▶1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
▶2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
▶3. Déterminer la probabilité qu'au moins un bit de l'octet soit mal transmis.
▶4. Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.
▶5. On souhaite améliorer la fiabilité de la transmission. En posant p la probabilité qu'un bit soit mal transmis, déterminer p pour que la probabilité de n'avoir aucun bit mal transmis soit supérieur à 99%.

Exercice 3. (7 points)

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I le milieu de $[BC]$, J le milieu de $[EH]$, K le centre de gravité du triangle BCF et L tel que $\overrightarrow{HL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HD}$

▶1. Démontrer que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

▶2. Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$,

a) Déterminer, sans justifier les coordonnées des points K, J, L et C.

b) Les points K, J, L et C sont-ils coplanaires ?

c) Les droites (JK) et (LC) sont-elles parallèles ? Que peut-on en déduire ?

d) Déterminer les coordonnées du point M intersection entre les droites (BF) et (CK).

Terminale ➡ Contrôle n° 5

Spécialité Mathématiques

Enoncé du sujet B

Exercice 1. (7 points)

▶1. *La loterie nationale a été créée par décret, le 22 juillet 1933, pour venir en aide aux invalides de guerre, aux anciens combattants et aux victimes de calamités agricoles. Puis le 10 juillet 1975, le Premier ministre d'alors Jacques Chirac crée, toujours par décret, le Loto.*
a) Depuis 2008, une grille de loto est composée de cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Combien de grilles de loto sont-elles possibles ?

b) En 2004, la loterie européen « Euromillions » est créée à son tour. Il s'agit de choisir cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Combien de grilles d'Euromillions peut-on former ?

c) Que pensez-vous de la phrase suivante « La probabilité de remporter le jackpot de l'Euro Millions est sept fois moindre que celle de repartir avec les gains du Loto. » (*Le Figaro le 13 décembre 2013*) ?

▶2. a) Le mot de passe de Cédric contient 3 lettres minuscules et 5 chiffres. Combien de possibilités cela fait-il ?
b) Quant à elle, Ada préfère choisir 11 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux. Combien de possibilités cela fait-il ?

Exercice 2. (6 points)

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelée un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.
On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.
▶1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
▶2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
▶3. Déterminer la probabilité qu'au moins un bit de l'octet soit mal transmis.
▶4. Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.
▶5. On souhaite améliorer la fiabilité de la transmission. En posant p la probabilité qu'un bit soit mal transmis, déterminer p pour que la probabilité de n'avoir aucun bit mal transmis soit supérieur à 98%.

Exercice 3. (7 points)

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I le milieu de $[EH]$, J le milieu de $[BC]$, K le centre de gravité du triangle BCF et L tel que $\overrightarrow{HL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HD}$

▶1. Démontrer que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

▶2. Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$,

a) Déterminer, sans justifier les coordonnées des points K, I, L et C.

b) Les points K, I, L et C sont-ils coplanaires ?

c) Les droites (IK) et (LC) sont-elles parallèles ? Que peut-on en déduire ?

d) Déterminer les coordonnées du point M intersection entre les droites (BF) et (CK).

↑

Terminale ➡ Contrôle n° 5

Spécialité Mathématiques

Correction du sujet A

Correction de l'exercice 1. (7 points)

▶1. *La loterie nationale a été créée par décret, le 22 juillet 1933, pour venir en aide aux invalides de guerre, aux anciens combattants et aux victimes de calamités agricoles. Puis le 10 juillet 1975, le Premier ministre d'alors Jacques Chirac crée, toujours par décret, le Loto.*
a) Depuis 2008, une grille de loto est composée de cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Combien de grilles de loto sont-elles possibles ?

b) En 2004, la loterie européen « Euromillions » est créée à son tour. Il s'agit de choisir cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Combien de grilles d'Euromillions peut-on former ?

c) Que pensez-vous de la phrase suivante « La probabilité de remporter le jackpot de l'Euro Millions est six fois moindre que celle de repartir avec les gains du Loto. » (*Le Figaro le 13 décembre 2013*) ?

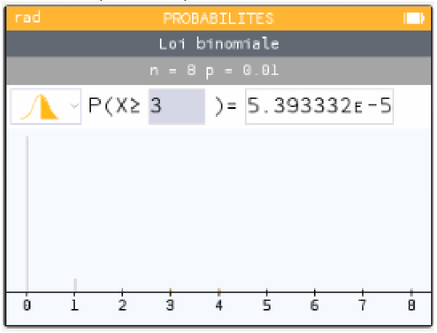
▶2. a) Le mot de passe de Cédric contient 2 lettres minuscules et 6 chiffres. Combien de possibilités cela fait-il ?
b) Quant à elle, Ada préfère choisir 10 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux. Combien de possibilités cela fait-il ?

Exercice 1.	**1a.**	Cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Le nombre de possibilités est donc : $\binom{49}{5} \times \binom{10}{1} = 1\,906\,884 \times 10 = 19\,068\,840$.
	1b.	Cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Le nombre de possibilités est donc : $\binom{50}{5} \times \binom{12}{2} = 2\,118\,760 \times 66 = 139\,838\,160$.
	1c.	$\frac{139\,838\,160}{19\,068\,840} = \frac{22}{3} \approx 7{,}33$ L'affirmation est donc plutôt fausse.
	2a.	2 lettres minuscules choisies parmi 26 lettres et 6 chiffres choisis parmi 10 chiffres. Les répétitions sont autorisées. Le nombre de possibilités est donc : $26^2 \times 10^6 = 676\,000\,000$ **(L'ordre de grandeur est donc 10^8)**
	2b.	10 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux Les répétitions sont autorisées. Ada choisit donc 10 caractères parmi $26 + 26 + 10 + 15 = 77$ Le nombre de possibilités est donc : $77^{10} \approx 7{,}3 \times 10^{18}$ **(L'ordre de grandeur est donc 10^{18}, le mot de passe sera bien plus robuste !)**

Correction de l'exercice 2. (6 points)

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelée un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.
On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.

▶ 1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
▶ 2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
▶ 3. Déterminer la probabilité qu'au moins un bit de l'octet soit mal transmis.
▶ 4. Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.
▶ 5. On souhaite améliorer la fiabilité de la transmission. En posant p la probabilité qu'un bit soit mal transmis, déterminer p pour que la probabilité de n'avoir aucun bit mal transmis soit supérieur à 99%.

Exercice 2.	**1.**	Pour chaque bit envoyé, la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01. Pour envoyer un octet, on répète donc 8 fois, de façon identique et indépendante, l'alternative où la probabilité d'une erreur est 0,01. X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0{,}01$.
	2.	$P(X=2) = \binom{8}{2} \times 0{,}01^2 \times 0{,}99^6 = 28 \times 0{,}01^2 \times 0{,}99^6 \approx 0{,}0026$ soit 0,26%
	3.	$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0{,}99^8 \approx 0{,}0773$ soit 7,73%
	4.	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - binomFRép(8{,}0.01{,}2) \approx 5 \times 10^{-5}$  On peut effectivement considérer que cette probabilité est négligeable.
	5.	Considérons que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à p. La probabilité que, sur un octet, aucun bit ne soit mal transmis est $(1-p)^8$ Résolvons $(1-p)^8 \geq 0{,}99$ $$1 - p \geq \sqrt[8]{0{,}99}$$ $$\Leftrightarrow 1 - \sqrt[8]{0{,}99} \geq p$$ $\Leftrightarrow p \leq 1 - \sqrt[8]{0{,}99} \approx 0{,}00125$ soit moins de 0,125% d'erreur par bit.

Correction de l'exercice 3. (7 points)

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I le milieu de $[BC]$, J le milieu de $[EH]$, K le centre de gravité du triangle BCF et L tel que $\overrightarrow{HL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HD}$

▶ 1. Démontrer que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

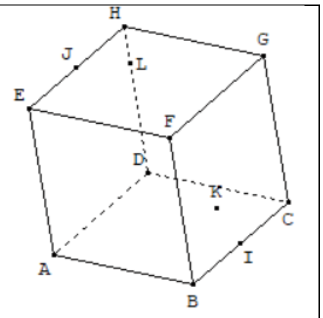
▶ 2. Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$,

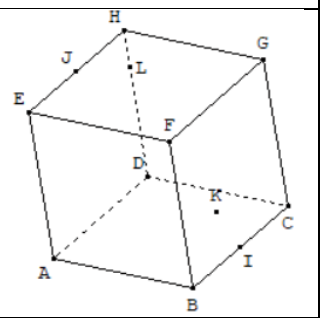
a) Déterminer, sans justifier les coordonnées des points K, J, L et C.

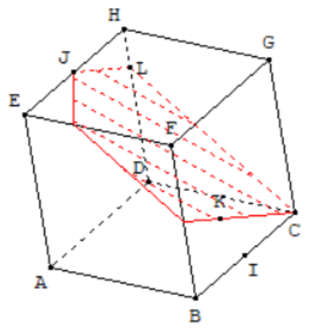
b) Les points K, J, L et C sont-ils coplanaires ?

c) Les droites (JK) et (LC) sont-elles parallèles ? Que peut-on en déduire ?

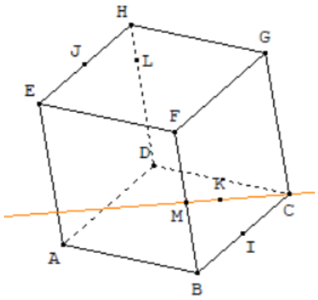
d) Déterminer les coordonnées du point M intersection entre les droites (BF) et (CK).

<table>
<tr>
<td rowspan="3">Exercice 3.</td>
<td>1.</td>
<td>
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FK}$
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{2}{3}\overrightarrow{FI}$
car K est le centre de gravité du triangle BCF
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BI})$
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{2}{3}\overrightarrow{FB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\underbrace{\overrightarrow{BF}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BF}}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ car I est le milieu de $[BC]$
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BF}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$


</td>
</tr>
<tr>
<td>2a.</td>
<td>
D'après la question précédente, les coordonnées de K sont
$K\left(1;\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$
$J\left(0;\frac{1}{2};1\right)\quad L\left(0;1;\frac{3}{4}\right)\quad C(1;1;0)$


</td>
</tr>
<tr>
<td>2b.</td>
<td>
$\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix}0\\-2/3\\1/3\end{pmatrix}\quad\overrightarrow{CJ}\begin{pmatrix}-1\\-1/2\\1\end{pmatrix}\quad\overrightarrow{CL}\begin{pmatrix}-1\\0\\3/4\end{pmatrix}$
Résolvons $x\overrightarrow{CK}+y\overrightarrow{CJ}+z\overrightarrow{CL}=\vec{0}$:


$\begin{cases}-y-z=0\ \ (L_1)\\ -\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y=0\ \ (L_2)\\ \frac{1}{3}x+y+\frac{3}{4}z=0\ \ (L_3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+12y+9z=0\ \ (12L_3)\\ -4x-3y=0\ \ (6L_2)\\ 4x+3y=0\ \ (12L_3+9L_1)\end{cases}$
$\Leftrightarrow\begin{cases}4x+12y+9z=0\\ x=-\frac{3}{4}y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=-y\\ x=-\frac{3}{4}y\end{cases}$
$(-3;4;-4)$ est donc solution donc $-3\overrightarrow{CK}+4\overrightarrow{CJ}-4\overrightarrow{CL}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{CJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CK}+\overrightarrow{CL}$
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{CK}$, $\overrightarrow{CJ}$ et $\overrightarrow{CL}$ sont coplanaires et donc que les points K, J, L et C sont coplanaires.
</td>
</tr>
</table>

	2c.	$\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}-1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{JK}\begin{pmatrix} 1 \\ -1/6 \\ -2/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{LC}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3/4 \end{pmatrix}$ $\frac{0}{-1/6} \neq \frac{1}{1} \neq \frac{-3/4}{-2/3}$ donc Les droites (JK) et (LC) ne sont pas parallèles. Puisqu'elles sont coplanaires, on peut en déduire qu'elles sont sécantes.
	2d.	 M est le point d'intersection entre les droites (BF) et (CK) donc $M(1;0;z)$ **Méthode n°1 :** De plus M est aligné avec C et K donc les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CK}$ sont colinéaires. $\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix} 0 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ z \end{pmatrix}$ On en déduit que $\frac{z}{1/3} = \frac{-1}{-\frac{2}{3}}$ $\Leftrightarrow z \times \frac{3}{1} = -1 \times \frac{3}{-2}$ $\Leftrightarrow 3z = \frac{3}{2} \Leftrightarrow z = \frac{1}{2}$ donc $M(1;0;1/2)$ **Méthode n°2 :** K est le centre de gravité du triangle BFC. Il est donc le point de concours de 3 médianes, en particulier la droite (CK) est donc la médiane issue de C. Elle vient donc couper le côté $[BF]$ en son milieu. On peut donc en déduire que $M(1;0;1/2)$.

Terminale ➡ Contrôle n° 5

Spécialité Mathématiques

Correction du sujet B

Correction de l'exercice 1. (7 points)

▶1. *La loterie nationale a été créée par décret, le 22 juillet 1933, pour venir en aide aux invalides de guerre, aux anciens combattants et aux victimes de calamités agricoles. Puis le 10 juillet 1975, le Premier ministre d'alors Jacques Chirac crée, toujours par décret, le Loto.*
a) Depuis 2008, une grille de loto est composée de cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Combien de grilles de loto sont-elles possibles ?

b) En 2004, la loterie européen « Euromillions » est créée à son tour. Il s'agit de choisir cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Combien de grilles d'Euromillions peut-on former ?

c) Que pensez-vous de la phrase suivante « La probabilité de remporter le jackpot de l'Euro Millions est sept fois moindre que celle de repartir avec les gains du Loto. » (*Le Figaro le 13 décembre 2013*) ?

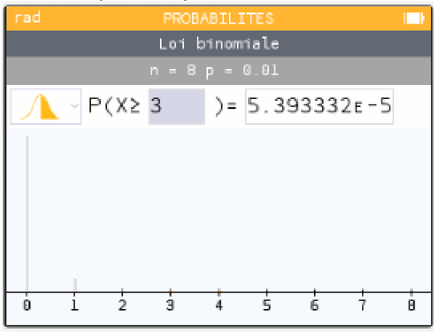
▶2. a) Le mot de passe de Cédric contient 3 lettres minuscules et 5 chiffres. Combien de possibilités cela fait-il ?
b) Quant à elle, Ada préfère choisir 11 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux. Combien de possibilités cela fait-il ?

Exercice 1.	**1a.**	Cinq numéros au choix parmi 49, puis d'un « numéro chance » choisi parmi dix numéros possibles. Le nombre de possibilités est donc : $\binom{49}{5} \times \binom{10}{1} = 1\,906\,884 \times 10 = 19\,068\,840$.
	1b.	Cinq numéros parmi 50, puis de deux « étoiles » parmi douze étoiles possibles. Le nombre de possibilités est donc : $\binom{50}{5} \times \binom{12}{2} = 2\,118\,760 \times 66 = 139\,838\,160$.
	1c.	$\frac{139\,838\,160}{19\,068\,840} = \frac{22}{3} \approx 7{,}33$ L'affirmation est donc vraie.
	2a.	3 lettres minuscules choisies parmi 26 lettres et 5 chiffres choisis parmi 10 chiffres. Les répétitions sont autorisées. Le nombre de possibilités est donc : $26^3 \times 10^5 = 1\,757\,600\,000$ **(L'ordre de grandeur est donc 10^9)**
	2b.	11 caractères parmi les 26 lettres majuscules ou minuscules, les 10 chiffres et 15 caractères spéciaux Les répétitions sont autorisées. Ada choisit donc 11 caractères parmi $26 + 26 + 10 + 15 = 77$ Le nombre de possibilités est donc : $77^{11} \approx 5{,}6 \times 10^{20}$ **(L'ordre de grandeur est donc 10^{20}, le mot de passe sera bien plus robuste !)**

Correction de l'exercice 2. (6 points)

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelée un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.
On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.

▶ 1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.
▶ 2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.
▶ 3. Déterminer la probabilité qu'au moins un bit de l'octet soit mal transmis.
▶ 4. Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ? Argumenter.
▶ 5. On souhaite améliorer la fiabilité de la transmission. En posant p la probabilité qu'un bit soit mal transmis, déterminer p pour que la probabilité de n'avoir aucun bit mal transmis soit supérieur à 98%.

Exercice 2.	**1.**	Pour chaque bit envoyé, la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01. Pour envoyer un octet, on répète donc 8 fois, de façon identique et indépendante, l'alternative où la probabilité d'une erreur est 0,01. X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0{,}01$.
	2.	$P(X = 2) = \binom{8}{2} \times 0{,}01^2 \times 0{,}99^6 = 28 \times 0{,}01^2 \times 0{,}99^6 \approx 0{,}0026$ soit 0,26%
	3.	$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}99^8 \approx 0{,}0773$ soit 7,73%
	4.	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - binomFRép(8{,}0.01{,}2) \approx 5 \times 10^{-5}$  On peut effectivement considérer que cette probabilité est négligeable.
	5.	Considérons que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à p. La probabilité que, sur un octet, aucun bit ne soit mal transmis est $(1-p)^8$ Résolvons $(1-p)^8 \geq 0{,}98$ $$1 - p \geq \sqrt[8]{0{,}98}$$ $$\Leftrightarrow 1 - \sqrt[8]{0{,}98} \geq p$$ $\Leftrightarrow p \leq 1 - \sqrt[8]{0{,}98} \approx 0{,}0025$ soit moins de 0,25% d'erreur par bit.

Correction de l'exercice 3. (7 points)

$ABCDEFGH$ est un cube. On note I le milieu de $[EH]$, J le milieu de $[BC]$, K le centre de gravité du triangle BCF et L tel que $\overrightarrow{HL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HD}$

▶ 1. Démontrer que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

▶ 2. Dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$,

a) Déterminer, sans justifier les coordonnées des points K, I, L et C.
b) Les points K, I, L et C sont-ils coplanaires ?
c) Les droites (IK) et (LC) sont-elles parallèles ? Que peut-on en déduire ?
d) Déterminer les coordonnées du point M intersection entre les droites (BF) et (CK).

<table>
<tr>
<td rowspan="3">Exercice 3.</td>
<td>1.</td>
<td>
$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FK}$

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FJ}$

car K est le centre de gravité du triangle BCF

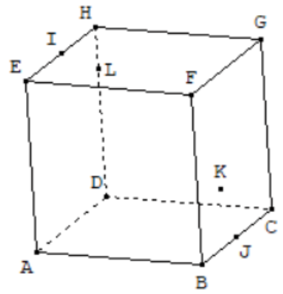
$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BJ})$

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \underbrace{\overrightarrow{BF} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BF}} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ car J est le milieu de $[BC]$

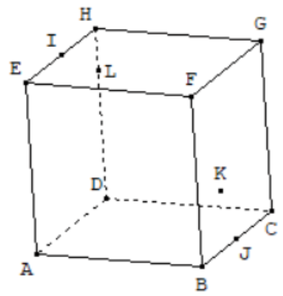
$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BF} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$



</td>
</tr>
<tr>
<td>2a.</td>
<td>
D'après la question précédente, les coordonnées de K sont $K\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

$I\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ $\quad L\left(0; 1; \frac{3}{4}\right)$ $\quad C(1; 1; 0)$

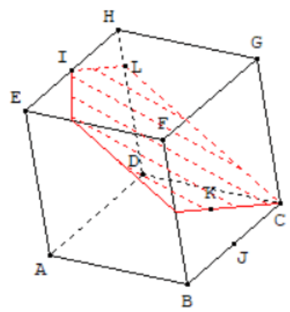


</td>
</tr>
<tr>
<td>2b.</td>
<td>
$$\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix} 0 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CI}\begin{pmatrix} -1 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CL}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3/4 \end{pmatrix}$$

Résolvons $x\overrightarrow{CK} + y\overrightarrow{CI} + z\overrightarrow{CL} = \vec{0}$:

$$\begin{cases} -y - z = 0 \ (L_1) \\ -\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 0 \ (L_2) \\ \frac{1}{3}x + y + \frac{3}{4}z = 0 \ (L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12y + 9z = 0 \ (12L_3) \\ -4x - 3y = 0 \ (6L_2) \\ 4x + 3y = 0 \ (12L_3 + 9L_1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12y + 9z = 0 \\ x = -\frac{3}{4}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -y \\ x = -\frac{3}{4}y \end{cases}$$



$(-3; 4; -4)$ est donc solution donc $-3\overrightarrow{CK} + 4\overrightarrow{CI} - 4\overrightarrow{CL} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CL}$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{CK}$, $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CL}$ sont coplanaires et donc que les points K, I, L et C sont coplanaires.
</td>
</tr>
</table>

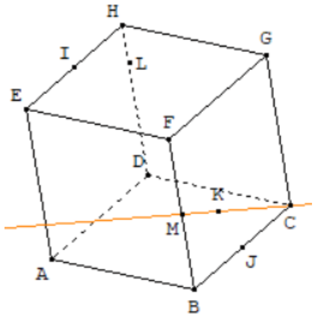
2c.

$$\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3}-1 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 1 \\ -1/6 \\ -2/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{LC}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3/4 \end{pmatrix}$$

$$\frac{0}{-1/6} \neq \frac{1}{1} \neq \frac{-3/4}{-2/3}$$

donc Les droites (IK) et (LC) ne sont pas parallèles.
Puisqu'elles sont coplanaires, on peut en déduire qu'elles sont sécantes.

2d.



M est le point d'intersection entre les droites (BF) et (CK) donc $M(1; 0; z)$

Méthode n°1 :

De plus M est aligné avec C et K donc les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CK}$ sont colinéaires.

$$\overrightarrow{CK}\begin{pmatrix} 0 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ z \end{pmatrix}$$

On en déduit que $\dfrac{z}{1/3} = \dfrac{-1}{-\frac{2}{3}}$

$$\Leftrightarrow z \times \frac{3}{1} = -1 \times \frac{3}{-2}$$

$$\Leftrightarrow 3z = \frac{3}{2} \Leftrightarrow z = \frac{1}{2}$$

donc $M(1; 0; 1/2)$

Méthode n°2 :

K est le centre de gravité du triangle BFC. Il est donc le point de concours de 3 médianes, en particulier la droite (CK) est donc la médiane issue de C. Elle vient donc couper le côté $[BF]$ en son milieu. On peut donc en déduire que $M(1; 0; 1/2)$.