Question Flash n°1

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_{n+1} = 8 - \frac{1}{3}u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \text{ et } u_0 = 0$$

Définissons la suite (v_n) par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 6$.

Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.

En déduire une expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

Correction :

Soit $n \in \mathbb{N}$,

Sachant que $v_n = u_n - 6$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors j'en déduis que :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6$$

or l'énoncé me dit que $u_{n+1} = 8 - \frac{1}{3}u_n$ alors en substituant :

$$v_{n+1} = 8 - \frac{1}{3}u_n - 6$$

$$v_{n+1} = 2 - \frac{1}{3}u_n$$

Je factorise par $\frac{-1}{3}$

$$v_{n+1} = \frac{-1}{3}(u_n - 6)$$

Je reconnais l'expression de v_n puisque $v_n = u_n - 6$ donc :

$$v_{n+1} = \frac{-1}{3}v_n$$

J'en déduis alors que la suite (v_n) est géométrique de raison

$-1/3$ et $v_0 = u_0 - 6 = -6$

On en déduit que $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$v_n = -6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\text{or } v_n = u_n - 6$$

$$\text{donc } u_n = v_n + 6$$

$$u_n = -6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n + 6$$