

Question Flash n°2

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_n = 8 - 5n^2 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- a) Déterminer le sens de variations de la suite (u_n)
- b) Démontrer, à l'aide de la définition, la limite de la suite (u_n)

Correction :

a) Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= 8 - 5(n+1)^2 - (8 - 5n^2) \\ &= 8 - 5(n^2 + 2n + 1) - 8 + 5n^2 \\ &= 8 - 5n^2 - 10n - 5 - 8 + 5n^2 \\ &= -10n - 5 < 0 \text{ car } n \geq 0\end{aligned}$$

On en déduit que la suite est décroissante.

b) Soit $A < 0$,

$$8 - 5n^2 < A$$

$$\Leftrightarrow -5n^2 < A - 8$$

$$\Leftrightarrow n^2 > \frac{A - 8}{-5}$$

$$\Leftrightarrow n > \sqrt{\frac{A - 8}{-5}} \text{ car } n \geq 0$$

On pose $N = \text{Ent} \left(\sqrt{\frac{A-8}{-5}} \right) + 1, \forall n \geq N \quad 8 - 5n^2 < A$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 8 - 5n^2 = -\infty$