Activité n°1 : Vitesse d'élimination

A l'instant $t = 0$, on injecte une dose de 20 mL d'un médicament à un patient. On désigne par $d(t)$ la dose en mL de médicament présente à l'instant t dans le sang du patient. On suppose qu'à chaque instant t, la vitesse d'élimination $d'(t)$ est égale à la moitié de la dose $d(t)$ restante dans le sang, soit

$$d'(t) = -\frac{1}{2}d(t).$$

Est-il possible de connaître la dose de médicament contenu dans le sang du patient à chaque instant ?

Activité n°2 : Refroidissement

On désigne par $T(t)$ la température (exprimée en degré Celsius) d'un corps à l'instant t (exprimé en heure). A l'instant $t = 0$, ce corps dont la température est de 100°C est placé dans une salle à 20°C.

> *La loi de refroidissement de Newton énonce que le taux de perte de chaleur d'un corps est proportionnel à la différence de température entre le corps et le milieu environnant.*
> $$\frac{dT(t)}{dt} = -r(T - T_{env})$$

▶1. On suppose que le coefficient de refroidissement est $-r = -2{,}08$. Justifier que

$$T'(t) = -2{,}08\,T(t) + 41{,}6$$

▶2. Résolvons l'équation différentielle : $y' = -2{,}08y + 41{,}6$

a) Déterminer une solution particulière constante à cette équation.

b) Déterminer la solution générale de l'équation homogène associée.

c) En déduire l'ensemble des solutions sachant que la solution générale de cette équation est obtenue en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène associée.

d) En déduire l'expression de $T(t)$.

▶3. Déterminer la limite de $T(t)$ et interpréter ce résultat.

▶4. Déterminer le sens de variation de la fonction $T(t)$ sur $[0; +\infty[$.

▶5. Déterminer la température du corps, arrondie au degré, au bout de 30 minutes.

▶6. Déterminer le temps au bout duquel le corps tombera à 30 °C.

Activité n°3 : Dans la vie …

▶1. La pression atmosphérique décroit proportionnellement à l'altitude, donc $p'(h) = -\frac{g}{k}p(h)$ où $p(h)$ est la pression à l'altitude h, g est l'accélération de la pesanteur et k une constante. Résoudre l'équation différentielle.

▶2. Le nombre d'atomes de radium qui se désintègrent en un temps donné est proportionnel à leur nombre à chaque instant, c'est à dire : $N'(t) = -aN(t)$ où $N(t)$ est le nombre d'atomes à l'instant t et a une constante positive. Résoudre l'équation différentielle.