– Terminale spécialité mathématiques
Comment détermine-t-on des primitives ?

Activité n°1 : Fonctions trigonométriques

A savoir par cœur

1 $(\sin(x))' = \cos(x)$ et $(\cos(x))' = -\sin(x)$

2 $(\sin(u))' = u'\cos(u)$ et $(\cos(u))' = -u'\sin(u)$

Dériver les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

$$f(x) = 3\sin(x) - 5\cos(x)$$
$$g(x) = 2\sin(4x + \pi) \qquad h(x) = 7\cos(5 - \pi x)$$
$$k(x) = x\sin(x) \qquad l(x) = \tan(x)$$

Activité n°2 : Une primitive

Déterminer une primitive des fonctions ci-dessous, définies sur $\mathbb{R}$:

$$f(x) = 6x^2 - 4x + 7$$
$$g(x) = 5\sin(x) + 2\cos(x) \qquad h(x) = 6\cos(2 + 3x)$$
$$k(x) = (4x + 1)^3 \qquad l(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Activité n°3 : Toutes les primitives

Déterminer toutes les primitives des fonctions ci-dessous, définies sur un intervalle I :

$$f(x) = x^3 + 12x^2 - 8x - 3$$
$$g(x) = -2\sin(1 - x) \qquad h(x) = \frac{4x + 6}{x^2 + 3x + 3}$$
$$k(x) = \tan(x) \qquad l(x) = (2 - 5x)^4$$

Activité n°4 : La primitive

Déterminer la primitive des fonctions données et qui vérifie une condition initiale :

a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x + 1}}$ sur $\left]-\dfrac{1}{3}; +\infty\right[$ qui s'annule en 1

b) $g(x) = \sin\left(5x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ sur $\mathbb{R}$ qui vaut 0 en π

c) $h(x) = \sin x \cos x$ sur $\mathbb{R}$ qui vaut π en π

d) $k(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ sur $]0; +\infty[$ qui vaut 2 en 1

Activité n°5 : Lorsque la primitive est donnée …

On considère les fonctions $F(x) = 5x - \dfrac{\ln(x)}{x}$ et $G(x) = x\ln(2x + 1)$ définie sur $]0; +\infty[$

De quelles fonctions sont-elles des primitives ?