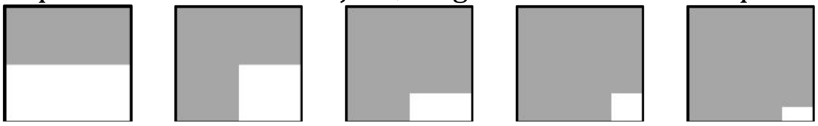
- Fiche n° $\boxed{1}$
Différence ou rapport constant …

Exercice n°1 : le problème des aires …

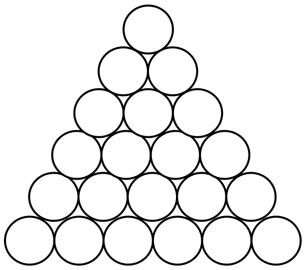
A partir d'un carré de côté 1, on grise la moitié de la surface du carré le 1er septembre. Le lendemain, on grise la moitié de ce qui reste. Le troisième jour, on grise la moitié de ce qui reste … etc.



Quelle sera l'aire de la surface grisée à la fin du mois de septembre ?
Est-il possible de griser tout le carré ?

Exercice n°2 : le problème des tuyaux …

Jules dispose de 153 tuyaux cylindriques identiques qu'il veut empiler de façon pyramidale en appuyant chaque tuyau sur deux tuyaux de l'étage au-dessous, comme le montre la figure ci-dessous.
Combien doit-il disposer de tuyaux sur la première ligne, c'est-à-dire au sol, pour utiliser entièrement les 153 tuyaux et avoir une pyramide complète ?



Exercice n°3 :

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{9}{6-v_n} \end{cases}$

▶1. La suite (v_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

▶2. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} - v_n = \dfrac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$. On admet que la suite vérifie $\forall n \in \mathbb{N}, v_n < 6$. Que peut-on en déduire ?

▶3. On considère la suite (w_n) définie pour tout n entier naturel par $w_n = \frac{1}{v_n - 3}$.

a) Démontrer que (w_n) est une suite arithmétique, on précisera sa raison.
b) En déduire l'expression de (w_n), puis celle de (v_n) en fonction de n.
c) Que se passe-t-il lorsque n devient très grand, c'est-à-dire lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice n°4 :

On considère la suite (u_n) définie par récurrence par

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

▶1. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

▶2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, en déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n.
c) Que se passe-t-il lorsque n devient très grand, c'est-à-dire lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice n°5 :

Pour chaque suite (u_n) déterminer son sens de variations

▶1 Pour tout entier n, $u_n = 3n^2 + 4n + 1$

▶2. Pour tout entier n, $u_n = \dfrac{1}{3^n + 1}$

▶3. Pour tout entier n, $u_n = \dfrac{5}{3^n}$

▶4. Pour tout entier n, $u_n = 2 + \sqrt{n+1}$