♲ - Fiche n° 1 1
A propos des coefficients binomiaux ...

Exercice n°1

▸1. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, déterminer :

$$\binom{n}{0} \qquad \binom{n}{n} \qquad \binom{n}{1} \qquad \binom{n}{n-1}$$

▸2. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall p \in \mathbb{N}, p \leq n$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \qquad \binom{n+1}{p+1} = \binom{n}{p+1} + \binom{n}{p}$$

Exercice n°2

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 10 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté. À la fin de chaque étape, un groupe de 5 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle antidopage. Ces désignations de 5 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes.

▸1. À l'issue d'une étape, combien peut-on former de groupes différents de 5 coureurs ?

▸2. On considère l'algorithme ci-dessous.

```
from random import randint
L=[]
M=set(L)
while len(M)<5:
    L.append(randint(1,50))
    M=set(L)
print(M)
```

a) Quels ensembles de nombres ci-dessous ont pu être obtenus avec cet algorithme :

$$L_1 = \{2; 11; 44; 2; 15\} \qquad L_2 = \{8; 17; 41; 34; 6\}$$
$$L_3 = \{12; 17; 23; 17; 50\} \qquad L_4 = \{45; 19; 43; 21; 18\}$$

b) Que permet de réaliser cet algorithme concernant la course cycliste ?

▸3. À l'issue d'une étape, on choisit au hasard un coureur parmi les 50 participants. Établir que la probabilité pour qu'il subisse le contrôle prévu pour cette étape est égale à 0,1.

▸4. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de contrôles subis par un coureur sur l'ensemble des 10 étapes de la course.

a) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.

b) On choisit au hasard un coureur à l'arrivée de la course. Calculer, sous forme décimale arrondie au dix-millième, les probabilités des 3 évènements suivants : il a été contrôlé 5 fois exactement ; il n'a pas été contrôlé et il a été contrôlé au moins une fois.

▸5. Pour un coureur choisi au hasard dans l'ensemble des 50 coureurs, on appelle T l'évènement : « le contrôle est positif », et d'après des statistiques, on admet que $P(T) = 0{,}05$. On appelle D l'évènement : « le coureur est dopé ».

Le contrôle anti-dopage n'étant pas fiable à 100%, on sait que :

– si un coureur est dopé, le contrôle est positif dans 97% des cas ;

– si un coureur n'est pas dopé, le contrôle est positif dans 1% des cas.

a) Calculer $P(D)$. Les événements T et D sont ils indépendants ? Justifiez.

b) Un coureur a un contrôle positif. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas dopé ?