

Exercice n°1

On sait que la relation entre le pH et la concentration en ions H_3O^+ , exprimée en mol/L s'écrit $[H_3O^+] = 10^{-pH}$.

► 1a) Quelle est la concentration en ions H_3O^+ de l'eau pure ?

b) Le blanc d'œuf possède une concentration en ions H_3O^+ égale à $1,6 \times 10^{-8} mol/L$. Quel est son pH ? Est-ce neutre, basique ou acide ?

► 2a) Démontrer que $pH = \frac{-\ln([H_3O^+])}{\ln(10)}$.

b) Compléter : « Lorsque le pH augmente de 1, la concentration en ions H_3O^+ ... ».

► 3. $\forall x \in]0; +\infty[$, posons $f(x) = \frac{-\ln(x)}{\ln(10)}$.

a) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Déterminer le tableau de variations de la fonction f .

Exercice n°2

On souhaite étudier le bruit émis par une éolienne en dB (décibels) en fonction de la distance x en centaines de mètres. Pour x entre 0 et 30, $f(x)$ représente le niveau sonore émis par l'éolienne, entendu à x centaines de mètres.

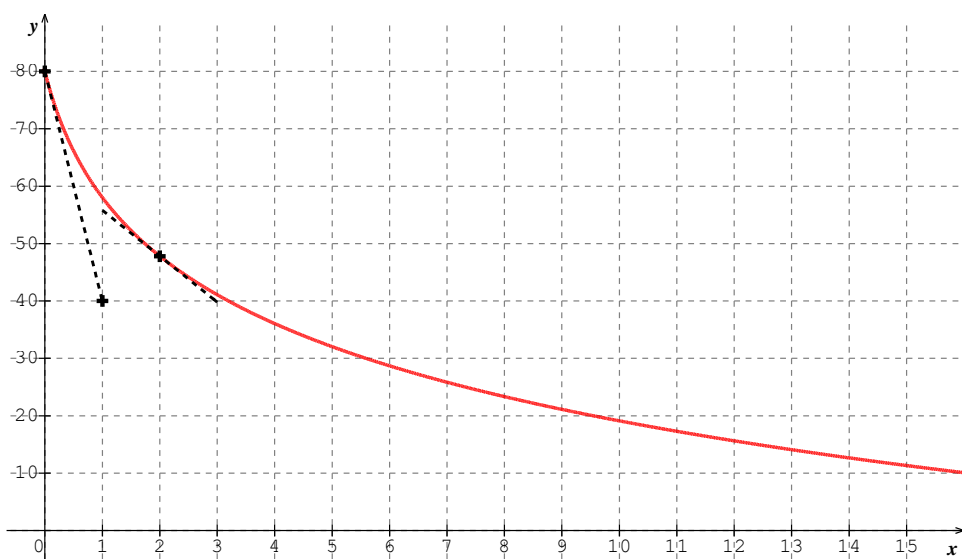
On suppose que, $\forall x \in [0; 30]$, $f(x) = a + b \ln(cx + 1)$, où a , b et c sont des constantes réelles.

► 1. En utilisant le graphique et sachant que le coefficient directeur de la tangente à la courbe en 2 vaut -8 , démontrer que,

$$\forall x \in [0; 30], f(x) = 80 - 20 \ln(2x + 1).$$

► 2. Déterminer à partir de quelle distance le bruit du moteur est de 20 dB.

► 3. Déterminer le tableau de variations de la fonction f .



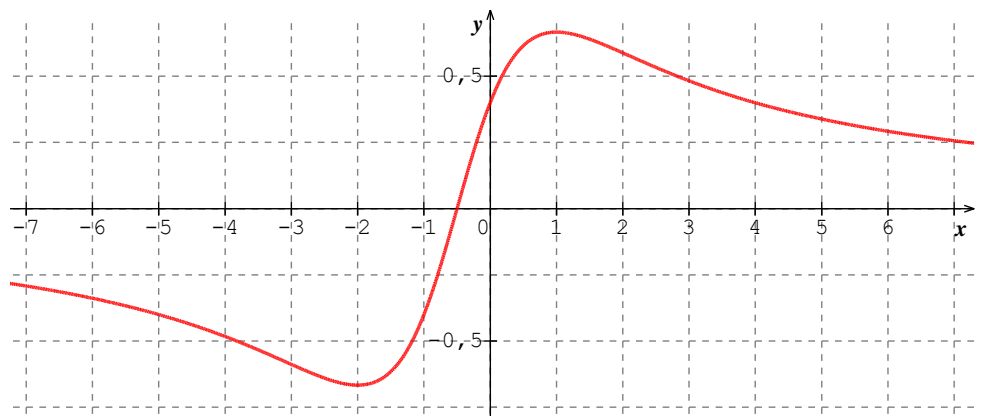
Exercice n°3

Charles Francis Richter, sismologue américain (1900-1985), créa en 1935 une échelle afin de classer les séismes. Ceux-ci y sont classés selon leur magnitude M . On considère que la magnitude M d'un séisme en fonction de l'énergie libérée E (en joule, J) s'écrit $M = a \ln(E) + b$.

- Le séisme de 1960 à Valdivia au Chili a eu lieu le 22 mai 1960 à 19h11. Sa magnitude, la plus élevée jamais enregistrée, a été estimée à 9,5 pour une énergie libérée de $5,62 \times 10^{18} J$.
 - Parmi les séismes de 2023 en Turquie et Syrie, le premier, et le plus important, a eu lieu le 6 février 2023 à 1h17. Il a atteint une magnitude de 7,8 pour une énergie libérée de $1,58 \times 10^{16} J$.
- 1a. Démontrer que $M = 0,2894 \ln(E) - 3$ en arrondissant à 10^{-4} .
- b. En déduire l'expression de E en fonction de M .
- 2a. Déterminer l'énergie libérée par le séisme du 11/11/19 au Teil de magnitude 5,4.
- b. L'explosion de la bombe atomique Little Boy, lâchée sur Hiroshima le 6 août 1945 à 8h15, a dégagé une énergie de $6 \times 10^{13} J$. A quelle magnitude cela correspondrait-il ?
- 3. Compléter la phrase suivante : « Entre un séisme de magnitude 4 et un séisme de magnitude 8, l'énergie dégagée est multipliée par ... ».
- 4. $\forall x \in]0; +\infty[$, posons $f(x) = 0,2894 \ln(x) - 3$.
- a) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
- b) Déterminer le tableau de variations de la fonction f .

Exercice n°4

Partie A : f désigne une fonction dérivable sur \mathbb{R} . On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f' . Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :



► 1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe de la fonction f en 0.

► 2. Déterminer un intervalle sur lequel f est convexe.

Partie B : La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$.

► 1. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

► 2. Déterminer, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f .

► 3a. Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

► 4a. f' est dérivable sur \mathbb{R} . Démontrer que, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = \frac{-2(x^2 + x - 2)}{\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)^2}$.

b. En déduire le nombre de points d'inflexion de la courbe représentative de f .