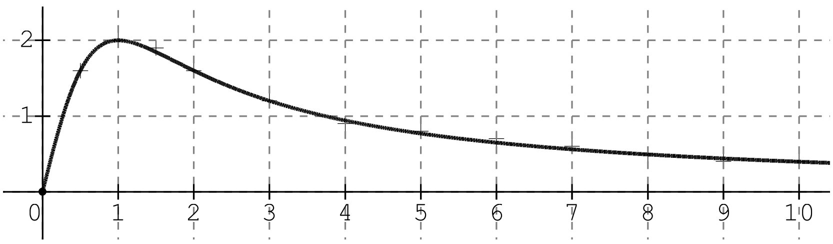
Exercice n°1

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer ou de limiter la propagation des bactéries. Le tableau ci-dessous donne la concentration en mg/L d'un antibiotique noté A administré en une seule prise à un patient.

Temps t en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/L	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4



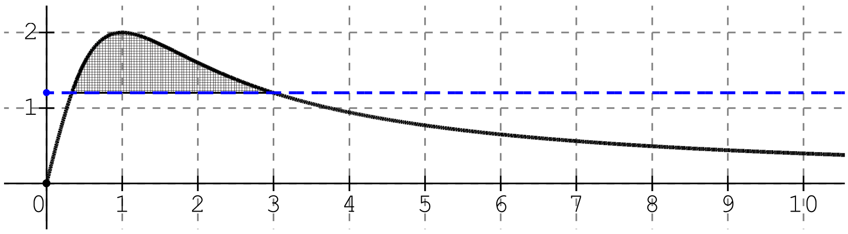
Une modélisation consiste à estimer, pour l'instant t en heures, la concentration en mg/L dans le sang du patient par la fonction définie sur [0 ; 10] par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2+1}.$$

▶1. a) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction g.

b) En déduire T_{max}, le temps qu'il faut attendre pour atteindre la concentration maximale C_{max} pour cet antibiotique.

▶2. On définit la CMI (*Concentration Minimale Inhibitrice*) d'un antibiotique comme étant la concentration au-dessous de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier. La CMI de l'antibiotique étudié dans cet exercice vaut 1,2 mg/L. ***Déterminer le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.***



▶3. a) Calculer $\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{4t}{t^2+1}\,dt$.

b) L'AUC est la surface comprise entre la courbe des concentrations et la ligne de la CMI (surface hachurée ci-contre). L'AUC donne une mesure globale de la quantité totale de médicament auquel est exposé l'organisme, c'est un très bon indicateur de l'activité d'un antibiotique. Déterminer cette surface pour l'antibiotique A étudié dans cette partie.

PARTIE B :

Nous étudions désormais un second antibiotique noté B de CMI toujours égale à 1,2 mg/L. A l'instant t en heure, la concentration en mg/L dans le sang du patient après administration de l'antibiotique B est modélisée par la fonction définie sur [0; 10] par $f(t) = 6t\,e^{-t}$.

a) On donne la fonction $F(t) = -6(t+1)\,e^{-t}$ définie sur [0; 10]. De quelle fonction F est-elle une primitive ?

b) Quel est le rôle de la fonction dichotomie ci-dessous ?

Programme

```
from math import *
def f(x):
    return 6*x*exp(-x)-1.2
def dichotomie(f,inf,sup,precision):
    a=inf
    b=sup
    while abs(a-b)>=precision:
        i=(a+b)/2
        if f(a)*f(i)<0:
            b=i
        else:
            a=i
    return [a,b]
a=dichotomie(f,0,1,10**(-6))[0]
b=dichotomie(f,1,3,10**(-6))[0]
print(a,b)
```

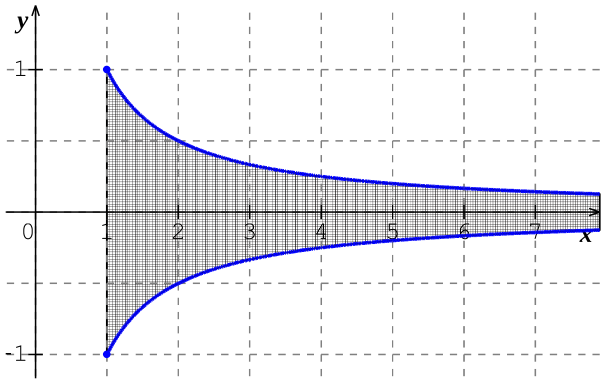
Affichage

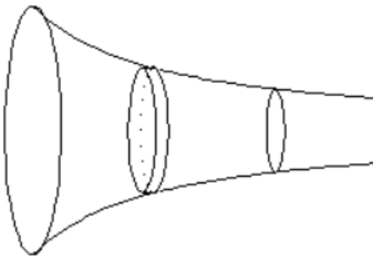
```
0.2591705322265625
2.5426406860351562
```

c) Calculer l'AUC de l'antibiotique B.

Exercice n°2

La trompette de Gabriel est une surface de révolution, définie en faisant tourner une portion d'hyperbole autour d'une de ses asymptotes ici (Ox), et en la coupant par un plan orthogonal à l'axe $(x = 1)$.





▶1. Le volume de la trompette se calcule en faisant la somme de petits volumes élémentaires qui ont la forme de petits cylindres.

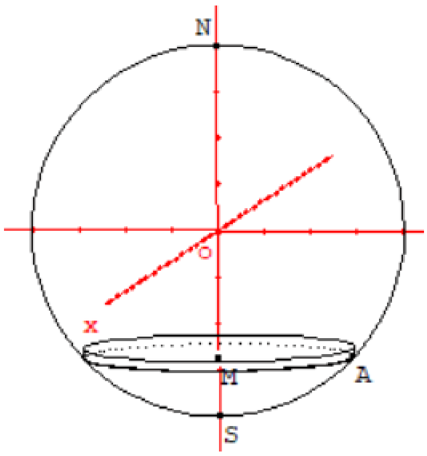
a) Soit $t \geq 1$, exprimer en fonction de t le volume d'un petit cylindre d'épaisseur dt.

b) Soit $x \geq 1$, déterminer la somme de tous ces petits volumes pour t variant de 1 à x.

c) En déduire le volume de la trompette pour t variant de 1 à $+\infty$.

▶2. Avec la même méthode, déterminer la surface de la trompette pour t variant de 1 à $+\infty$.

Exercice n°3



Dans un repère $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$ orthonormé, on considère S une boule de centre o et de rayon R.

Le point M appartient au diamètre $[NS]$. On pose $x = oM \in [-R; R]$.

▶1. $\forall x \in [-R; R]$, exprimer en fonction de x la longueur AM où $A \in S$ et $(AM) \perp (NS)$.

▶2. a) Soit $x \in [-R; R]$, exprimer en fonction de x le volume d'un petit cylindre de hauteur dx et de rayon AM.

b) En déduire le volume de la boule de rayon R.