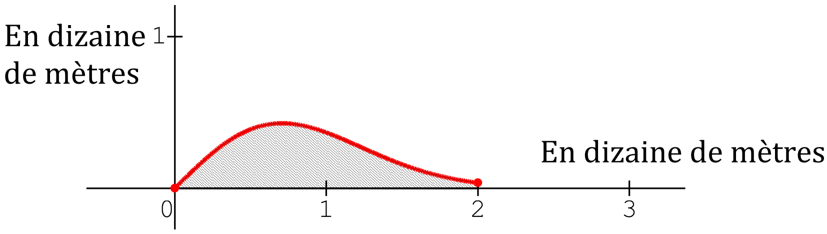
Fiche n° 2 1
Comment calcule-t-on la valeur moyenne d'une fonction ?

Exercice n°1

Un terrain doit être nivelé de façon à ce que les remblais équilibrent les déblais. Pour $x \in [0; 2]$, en dizaine de mètres, le dénivelé du terrain est donné, en dizaine de mètres, par la fonction $g(x) = x\, e^{-x^2}$.
Déterminez une valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0; 2]$.



Vue de profil du terrain

Exercice n°2

On étudie la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2 - \dfrac{\ln(x)}{x}$.

▶1. Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire ?

▶2. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f.

▶3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.

▶4. La courbe de f admet-elle un point d'inflexion ? Justifier votre réponse.

▶5. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4}; 4\right]$.

Exercice n°3

Calculer la valeur moyenne des fonctions suivantes :

▶1. $f(x) = x^2 + 2$ sur $[-1; 2]$

▶2. $h(x) = \sin(3x)$ sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$

▶3. $h(x) = e^{3x}$ sur $[0; 2]$

Exercice n°4

Soit f la fonction 2-périodique définie par : $\begin{cases} f(x) = 1 \text{ pour } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = -1 \text{ pour } 1 \leq x < 2 \end{cases}$

▶1. Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[-3; 3]$.

▶2. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur une période.