- Fiche n° 2 3
Comment utilise-t-on un projeté orthogonal ?

Exercice n°1

Dans l'espace muni du repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\right)$ d'unité 1 cm, on considère les points A, B, C et D de coordonnées respectives $(2;1;4)$, $(4;-1;0)$, $(0;3;2)$ et $(4;3;-2)$.

▶1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (CD).

▶2. Soit M un point de la droite (CD).

a. Déterminer les coordonnées du point M pour que la distance BM soit minimale.

b. On note H le point de la droite (CD) ayant pour coordonnées $(3;3;-1)$. Vérifier que H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (CD).

c. Montrer que l'aire du triangle BCD est égale à 12 cm^2.

▶3. a. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BCD).

b. Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD).

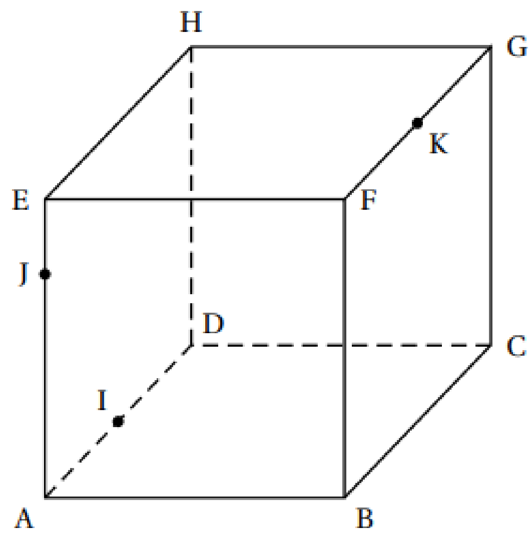
c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et orthogonale au plan (BCD).

d. Déterminer les coordonnées du point I, intersection de la droite Δ et du plan (BCD).

▶4. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

Exercice n°2

La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$.
Le point I est le milieu du segment $[AD]$, le point J vérifie $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ et le point K est le milieu du segment $[FG]$.
On se place dans le repère orthonormé $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$.



▶1. a. Donner sans justification les coordonnées des points I, J et K.

b. Déterminer les réels a et b pour que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\a\\b\end{pmatrix}$ soit orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$.

c. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).

▶2. a. Donner une représentation paramétrique de la droite (CG).

b. Calculer les coordonnées du point N, intersection du plan (IJK) et de la droite (CG).

c. Placer le point N sur la figure.

d. Construire la section du cube par le plan (IJK).

▶3. On note R le projeté orthogonal du point F sur le plan (IJK).

On définit l'intérieur du cube comme l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tels que

$$\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\\0<z<1\end{cases}$$

Le point R est-il à l'intérieur du cube ?