

**Exercice 1 :**

Soit une variable aléatoire  $X$  d'espérance  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ .

Dans chacun des cas, majorer la probabilité donnée :

- ▶ 1.  $P(|X - \mu| \geq \sigma)$  et donc  $P(|X - \mu| < \sigma)$
- ▶ 2.  $P(|X - \mu| \geq 2\sigma)$  et donc  $P(|X - \mu| < 2\sigma)$
- ▶ 3.  $P(|X - \mu| \geq 3\sigma)$  et donc  $P(|X - \mu| < 3\sigma)$
- ▶ 4.  $\forall k \geq 0, P(|X - \mu| \geq k\sigma)$  et donc  $P(|X - \mu| < k\sigma)$

**Exercice 2 :**

Soit  $X$  une variable aléatoire centrée et réduite. On considère un échantillon  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de  $n$  variables aléatoires indépendantes suivant la loi de  $X$  et on note

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

- ▶ 1. Calculer  $E(M_n)$  et  $V(M_n)$ .
- ▶ 2. Donner une minoration de la probabilité  $P\left(-\frac{2}{\sqrt{n}} < M_n < \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ .
- ▶ 3. Simulation en python

a) Que permet de calculer la fonction python ci-dessous ?

```
def moyenne(L) :
    somme=0
    for i in L:
        somme=somme+i
    return somme/len(L)
```

b) Modifier cette fonction pour qu'elle calcule l'écart-type des valeurs de la liste L.

c) Ecrire un programme qui crée une liste contenant  $n$  valeurs aléatoires suivant une loi centrée réduite.

**Exercice 3 :**

On lance une pièce équilibrée  $n$  fois de suite avec  $n$  un entier strictement positif. La variable aléatoire  $M_n$  donne la proportion de Pile obtenus au cours des  $n$  lancers.

- ▶ 1. Déterminer l'espérance et la variance de  $M_n$ .
- ▶ 2. Démontrer que  $P(|M_n - 0,5| \geq 0,1) \leq \frac{25}{n}$
- ▶ 3. Déterminer une valeur de  $n$  telle que  $P(|M_n - 0,5| \geq 0,1) \leq 0,01$ .

**Exercice 4 :**

▶ 1. Combien de lancers de dés faut-il effectuer pour que la fréquence d'apparitions du 6 soit dans l'intervalle  $\left] \frac{7}{60}; \frac{13}{60} \right[$  avec une probabilité d'au moins 0,95 ?

▶ 2. Ecrire un script Python permettant de simuler cette expérience.

▶ 3. Afin de tester l'équilibre d'un dé, vous testez le nombre de lancers de la question précédente et trouvez une fréquence d'apparition du 6 d'environ 0,11.

Que peut-on en penser ?