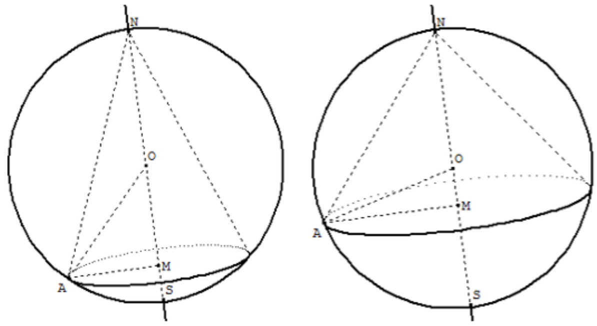
- Fiche n° $\boxed{7}$
Comment optimise-t-on des fonctions ?

Exercice n°1

On considère une sphère de centre O et de 6 cm de rayon.
Le point M est un point mobile sur le segment $[OS]$.
On inscrit dans la sphère un cône de sommet N et de rayon de disque de base $[AM]$ où A est un point de la sphère.
Déterminer, en justifiant, quelle doit être la position du point M pour que le volume du cône soit maximal.
Quel est alors ce volume maximal ?



Exercice n°2

Une entreprise commercialise des balais vapeur.

Le prix de revient de chaque balai est 400 euros.

Soit x le prix de vente exprimé en centaines d'euros où $x \in [0; 12]$, on modélise le nombre d'acheteurs par la fonction $f(x) = e^{-0,25x+5}$.

A quel prix l'entreprise doit-elle vendre son produit pour réaliser le bénéfice maximal ? Combien vaut alors ce bénéfice ?

Exercice n°3

On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et M un point quelconque de sa courbe représentative tracée dans un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.
On place le point $A(1; 0)$.
▶1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser la figure. La distance AM peut-elle être minimale ? maximale ? Si oui, conjecturer pour quelle abscisse de M.
▶2. On note x l'abscisse du point M, $x \in [0; +\infty[$. Démontrer que $AM = \sqrt{x^2 - x + 1}$.
▶3. On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$.
Déterminer les variations de la fonction g. Conclure.

Exercice n°4

On considère le triangle ABC isocèle en C et de périmètre toujours égal à 15 cm.
On note x la longueur AB et $f(x)$ l'aire de ABC.
▶1. Dans quel intervalle I le réel x peut-il varier ?
▶2. Notons H le milieu de $[AB]$, exprimer CA, puis CH en fonction de x

et en déduire que $f(x) = \dfrac{x\sqrt{225 - 30x}}{4}$.
▶3. Déterminer alors l'aire maximale du triangle isocèle.