# Spécialité Mathématiques
# Tâche n° 1
# Démontrer qu'une suite n'est pas arithmétique ou n'est pas géométrique

## Table des matières


Enoncé des exercices ..... 2
Exercice 1. ..... 2
Exercice 2. ..... 2
Exercice 3. ..... 2
Exercice 4. ..... 2
Correction des exercices ..... 3
Correction de l'exercice 1 ..... 3
Correction de l'exercice 2 ..... 4
Correction de l'exercice 3 ..... 4
Correction de l'exercice 4 ..... 5

# Tâche n° 1
# Démontrer qu'une suite n'est pas arithmétique ou n'est pas géométrique

## Enoncé des exercices

### Exercice 1.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_n = \frac{2^n}{\sqrt{n+1}}.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

### Exercice 2.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_{n+1} = \frac{1}{u_n+3} \text{ et } u_0 = 1.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

### Exercice 3.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_n = \sqrt{n^2+1}.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

### Exercice 4.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \text{ et } u_0 = 0.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

# Tâche n° 1
# Démontrer qu'une suite n'est pas arithmétique ou n'est pas géométrique
## Correction des exercices

### Correction de l'exercice 1.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_n = \frac{2^n}{\sqrt{n+1}}.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

| | | |
|---|---|---|
| **Exercice 1.** | **1.** | La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?<br>$u_0 = \frac{2^0}{\sqrt{0+1}} = 1$<br>$u_1 = \frac{2^1}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$<br>$u_2 = \frac{2^2}{\sqrt{2+1}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$<br>$u_1 - u_0 = \sqrt{2} - 1 \approx 0{,}4$<br>$u_2 - u_1 = \frac{4\sqrt{3}}{3} - \sqrt{2} \approx 0{,}9$<br>On constate que $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique. |
| | **2.** | La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?<br>$\frac{u_1}{u_0} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$<br>$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \approx 1{,}63$<br>On constate que $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas géométrique. |

## Correction de l'exercice 2.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_{n+1} = \frac{1}{u_n+3} \text{ et } u_0 = 1.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

| | | |
|---|---|---|
| **Exercice 2.** | **1.** | La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?<br>$u_0 = 1$<br>$u_1 = \frac{1}{u_0+3} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$<br>$u_2 = \frac{1}{u_1+3} = \frac{1}{\frac{1}{4}+3} = \frac{1}{\frac{13}{4}} = \frac{4}{13}$<br>$u_1 - u_0 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$<br>$u_2 - u_1 = \frac{4}{13} - \frac{1}{4} = \frac{3}{52}$<br>On constate que $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique |
| | **2.** | La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?<br>$\frac{u_1}{u_0} = \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4}$<br>$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{4}{13}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{13} \times \frac{4}{1} = \frac{16}{13}$<br>On constate que $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas géométrique. |

## Correction de l'exercice 3.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_n = \sqrt{n^2+1}.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

| | | |
|---|---|---|
| **Exercice 3.** | **1.** | La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?<br>$u_0 = \sqrt{1} = 1$<br>$u_1 = \sqrt{1^2 + 1} = \sqrt{2}$<br>$u_2 = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$<br>$$u_1 - u_0 = \sqrt{2} - 1 \approx 0{,}414$$<br>$$u_2 - u_1 = \sqrt{5} - \sqrt{2} \approx 0{,}822$$<br>On constate que $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique |
| | **2.** | La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?<br>$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$<br>$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{2{,}5}$$<br>On constate que $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas géométrique. |

## Correction de l'exercice 4.

La suite $(u_n)$ est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \text{ et } u_0 = 0.$$

▶1. La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?

▶2. La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?

| | | |
|---|---|---|
| **Exercice 4.** | **1.** | La suite $(u_n)$ est-elle arithmétique ?<br>$u_0 = 0$<br>$u_1 = \frac{1}{2}u_0 + 1 \quad = 1$<br>$u_2 = \frac{1}{2}u_1 + 1 \quad = \frac{3}{2}$<br>$u_1 - u_0 = 1 - 0 = 1$<br>$u_2 - u_1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$<br>On constate que $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique |
| | **2.** | La suite $(u_n)$ est-elle géométrique ?<br>$\frac{u_0}{u_1} = \frac{0}{1} = 0$<br>$\frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$<br>On constate que $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$<br>On en déduit que la suite $(u_n)$ n'est pas géométrique. |