

EXERCICE 1. (5 points)

En 2010, une entreprise comptait 4000 employés. D'une année sur l'autre, 10% de l'effectif est parti à la retraite, et, pour compenser cette perte, l'entreprise a embauché 180 jeunes chaque année. Pour tout entier n , on appelle u_n le nombre d'employés l'année $2010 + n$.

- ▶ 1. Donner u_0 , puis justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$u_{n+1} = 0,9u_n + 180.$$
- ▶ 2. Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$:
$$u_n = 1800 + 2200 \times 0,9^n.$$
- ▶ 3. En déduire la limite de la suite (u_n) .
- ▶ 4. On considère l'algorithme ci-contre.
 - a) Justifier que cet algorithme se termine
 - b) Que contiendra la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

```

n ← 0
u ← 4000
Tant que u ≥ 2000
    u ← 0,9u + 180
    n ← n + 1
Fin
    
```

EXERCICE 2. (5 points)

On étudie la suite (u_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2n - 1$ et $u_0 = 1$.

- ▶ 1. Démontrer que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.
- ▶ 2. Démontrer, par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}, n \geq 3 : u_n \geq n$.
- ▶ 3. En déduire la limite de la suite (u_n) .
- ▶ 4. Conjecturer puis démontrer une expression de u_n en fonction de n .

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	0	1	4	9	16	25	36	49

EXERCICE 3. (5 points)

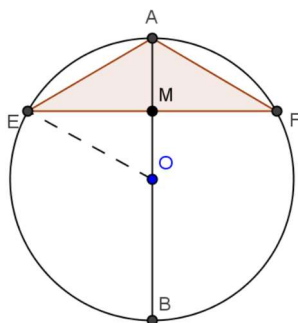
▶ 1. On étudie la fonction $f(x) = (3 - 2x)^4$ définie sur \mathbb{R} .
Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f .

▶ 2. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^3} \forall x \in \mathbb{R}$.

Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction h .

EXERCICE 4. (5 points)

On considère le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ où $AB = 12$ cm. Le point M est un point mobile sur le diamètre $[AB]$ et on pose $AM = x$ où $x \in [0; 12]$. La perpendiculaire au segment $[AB]$ passant par M coupe le cercle en deux points E et F . Pour tout $x \in [0; 12]$, notons $f(x)$ l'aire du triangle AEF .



▶ 1. Démontrer que $f(x) = x\sqrt{12x - x^2}$ cm², pour tout $x \in [0; 12]$.

▶ 2. Existe-t-il une position de M qui donne une aire maximale ? Si oui, combien vaut cette aire maximale et quelle est la nature du triangle dans ce cas là ?

