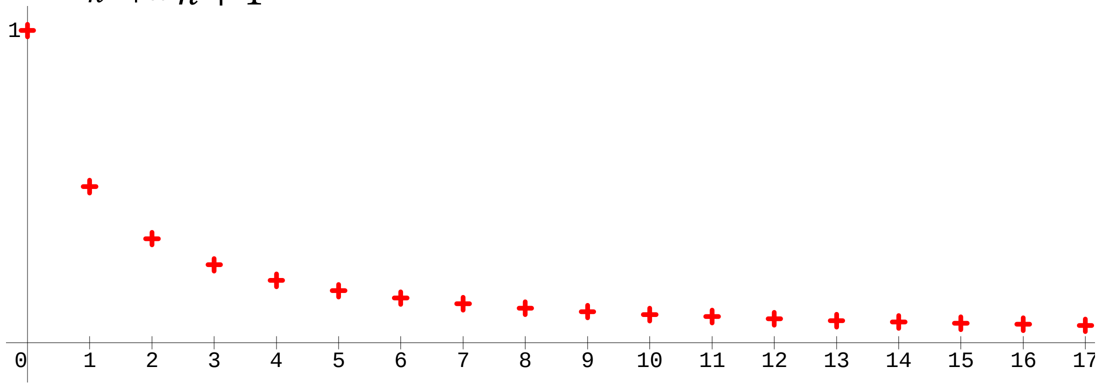
gaelle.buffet@ac-montpellier.fr - http://gaellebuffet.free.fr/

TS - correction du contrôle n°1 – SUJET A

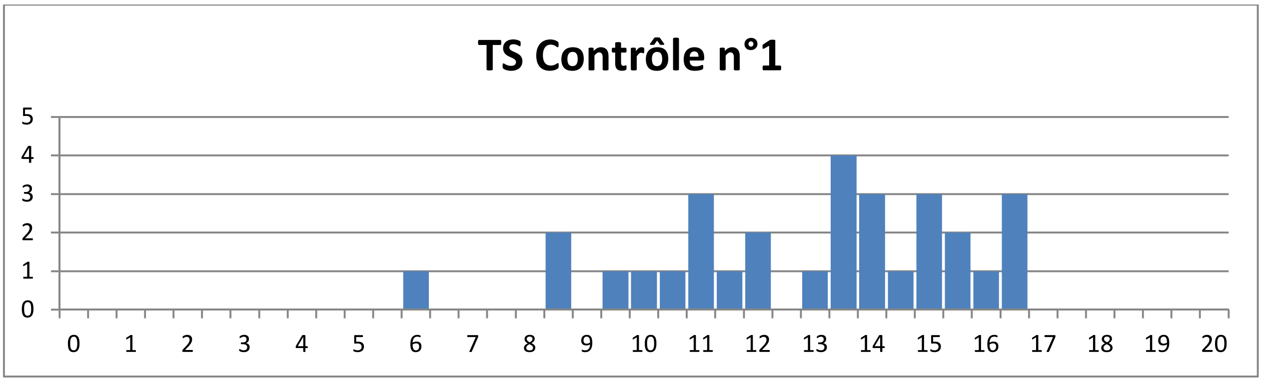
Exercice 1.	1.	U prend la valeur 0
		N prend la valeur 0
		Demander la valeur de *P*
		Tant que $U > -10^P$
		  U prend la valeur $2 \times U - 1$
		  N prend la valeur $N + 1$
		Fin du tant que
		Afficher N
			0,5

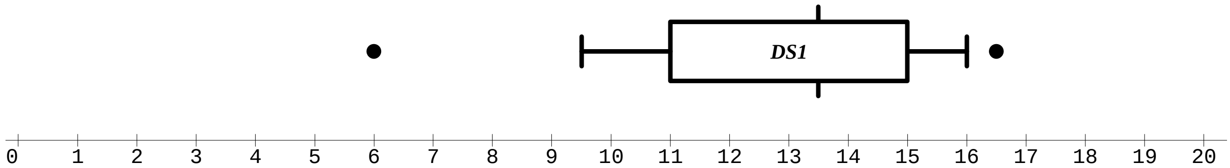
		Cet algorithme permet de conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$ car pour chaque valeur de P choisie, il existe un rang N à partir duquel $u_n \leq -10^P$.	0,5
	2.	$\forall n \in \mathbb{N}, \dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1} - 1}{u_n - 1} = \dfrac{(2u_n - 1) - 1}{u_n - 1} = \dfrac{2u_n - 2}{u_n - 1} = \dfrac{2(u_n - 1)}{u_n - 1} = 2$ La suite (v_n) est donc géométrique de raison 2 et de 1er terme $v_0 = -1$.	2,5
		$\forall n \in \mathbb{N},\ \ v_n = v_0 \times q^n = -1 \times 2^n = -2^n = u_n - 1$ et donc $\forall n \in \mathbb{N},\ \ u_n = 1 - 2^n$	1,5
		$\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$ car $2 > 1$, donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$	1
Exercice 2.	1.	$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n \to +\infty} 2n^3 = +\infty \\ \lim\limits_{n \to +\infty} -3n + 1 = -\infty\end{array}\right\}$ alors par addition, la forme est indéterminée $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \ u_n = n^3\left(2 - \dfrac{3}{n^2} + \dfrac{1}{n^3}\right)$ $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty \\ \lim\limits_{n \to +\infty} 2 - \dfrac{3}{n^2} + \dfrac{1}{n^3} = 2\end{array}\right\}$ alors par produit $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n^3 - 3n + 1 = +\infty$	2
	2.	$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n \to +\infty} -5n = -\infty \\ \lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{\sqrt{n}}{4} - 1 = -\infty\end{array}\right\}$ alors par addition, $\lim\limits_{n \to +\infty} -5n - \dfrac{\sqrt{n}}{4} - 1 = -\infty$	1
	3.	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $-1 \leq (-1)^n \leq 1$ $2n - 1 \leq 2n + (-1)^n \leq 2n + 1$ or $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n - 1 = +\infty$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 2n + (-1)^n = +\infty$	2

	4.	$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n\to+\infty} 2n-1=+\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+1=+\infty\end{array}\right\}$ alors par quotient, la forme est indéterminée $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ u_n=\dfrac{2n-1}{3n^2+1}=\dfrac{n\left(2-\frac{1}{n}\right)}{n^2\left(3+\frac{1}{n^2}\right)}=\dfrac{2-\frac{1}{n}}{n\left(3+\frac{1}{n^2}\right)}$ $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n\to+\infty} 2-\dfrac{1}{n}=2 \\ \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3+\dfrac{1}{n^2}=3\end{array}\right\}\text{ par produit }\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(3+\dfrac{1}{n^2}\right)=+\infty\end{array}\right\}$ par quotient $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$	**2**
Exercice 3.	**1.**	Soit $0<\varepsilon<3$, posons $N=\text{Ent}\left(\sqrt{\dfrac{3-\varepsilon}{\varepsilon}}\right)+1$, $\forall\, n\in\mathbb{N}$ avec $n>N>\sqrt{\dfrac{3-\varepsilon}{\varepsilon}}$ $n>\sqrt{\dfrac{3-\varepsilon}{\varepsilon}}=\sqrt{\dfrac{3}{\varepsilon}-1}$ $n^2>\dfrac{3}{\varepsilon}-1$ $n^2+1>\dfrac{3}{\varepsilon}$ $\dfrac{n^2+1}{3}>\dfrac{1}{\varepsilon}$ $-\varepsilon<0<\dfrac{3}{n^2+1}<\varepsilon$ et donc $\lvert u_n\rvert<\varepsilon$ On en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{n^2+1}=0$	**2**
	2.	Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites telles que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n\leq v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n\neq+\infty$. Par l'absurde, si on suppose que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ alors par comparaison , puisque $u_n\leq v_n$, on aura $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$ ce qui est faux, donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n\neq+\infty$	**1,5**

<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td rowspan="2">3.</td>
<td>
L’affirmation 1 est fausse.
Prenons pour suite (u_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{1}{n+1}$.
$$\forall n \in \mathbb{N},\ \ u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n-2}{(n+2)(n+1)}$$
$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{(n+2)(n+1)} < 0$$
La suite (u_n) est donc décroissante
mais $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n+1} = 0 \neq -\infty$


</td>
<td>2</td>
</tr>
<tr>
<td>
L’affirmation 2 est fausse.
Prenons pour suites (u_n) et (v_n) les suites définies par,
pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = -2n^2$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$
pour tout $n \in \mathbb{N}, v_n = 3n$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = +\infty$
$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \ \frac{u_n}{v_n} = \frac{-2n^2}{3n} = \frac{-2n}{3}$$
$$\text{donc } \lim_{n \to +\infty} \frac{u_n}{v_n} = -\infty \neq -1$$
</td>
<td>1,5</td>
</tr>
</table>





Nombres d'absents	0	
Nombre de présents	30	/30
Moyenne	12,9	
Ecart type	2,6	
Minimum	6,0	
1er décile	9,5	
1er quartile	11,0	
Médiane	13,5	
3e quartile	15,0	
9e décile	16,0	
Maximum	16,5	