

EXERCICE 1. (5 points)

La suite (v_n) est définie par $v_0 = -2$ et $v_{n+1} = v_n + 2n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- ▶ 1. Calculer v_1 et v_2 .
- ▶ 2. Démontrer que la suite (v_n) est croissante.
- ▶ 3. Démontrer, par récurrence, que $v_n \geq 2n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- ▶ 4. En déduire la nature de la suite (v_n) et sa limite éventuelle.

EXERCICE 2. (4 points)

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = 2 - 5i$, $z_2 = -1 - 3i$ et $z_3 = 1 - 2i$.

- ▶ 1. Ecrire sous forme algébrique $z_1 + z_2$ et $z_1 - z_2$.
- ▶ 2. Ecrire sous forme algébrique $z_2 \times z_3$ et z_3^2 .
- ▶ 3. Ecrire sous forme algébrique $\frac{z_1}{z_3}$.

EXERCICE 3. (5 points)

- ▶ 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^2 + 2z + 4 = 0$.
- ▶ 2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = \bar{z}_A$ et $z_C = -2i \times z_A$
 - a) Ecrire sous forme algébrique z_C .
 - b) Ecrire sous forme trigonométrique z_A, z_B et z_C .
 - c) Placer, avec précision, les points A, B et C dans le repère, on laissera apparent les traits de construction.
- ▶ 3. Que peut-on dire du triangle OAC ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4. (4 points)

Préciser, **en justifiant votre réponse**, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :
On considère deux nombres complexes z et z' quelconques.

- a) Le conjugué de $\frac{z}{i}$ est $\frac{\bar{z}}{i}$.
- b) Le conjugué de $z + iz'$ est $z - iz'$.
- c) Si $z \neq 0$ alors $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ est un réel.
- d) L'inverse de i est $-i$.

EXERCICE 5. (2 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et G d'affixes respectives : $z_A = 2i$, $z_B = 4 + 3i$ et $z_G = 3 + i$.

- ▶ 1. Déterminer l'affixe du point C tel que G soit le centre de gravité du triangle ABC .
- ▶ 2. Déterminer les coordonnées du point H pied de la hauteur issue de B . *Pour cette question, toute trace de recherche sera prise en compte.*