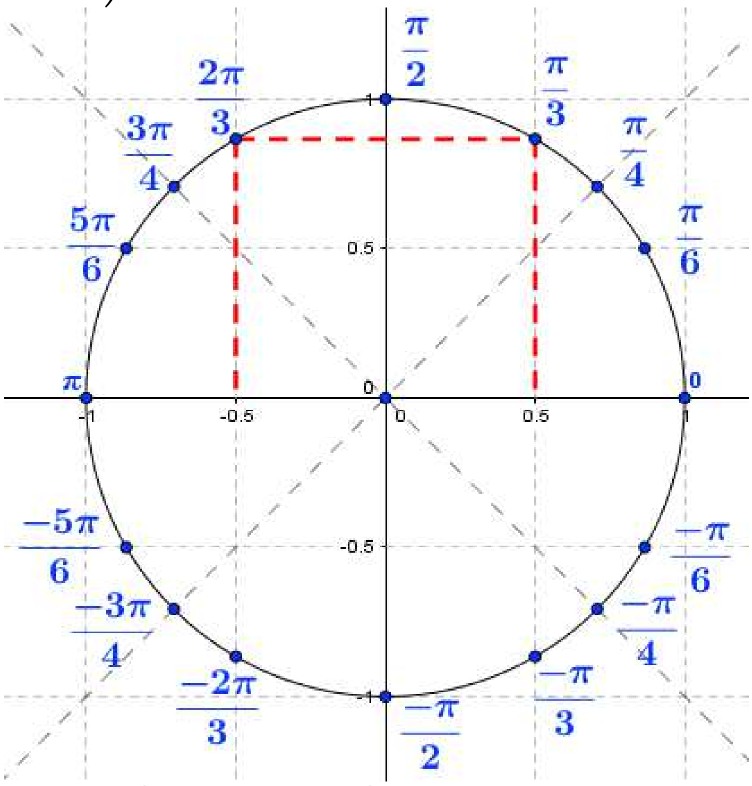
Exercice 1.	**1.**	$v_0=-2$ Pour $n=0$, $v_1=v_0+2\times 0+2=-2+0+2=0$ Pour $n=1$, $v_2=v_1+2\times 1+2=0+2+2=4$	**1**
	2.	Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_{n+1}=v_n+2n+2 \Leftrightarrow v_{n+1}-v_n=2n+2$ or $2n+2>0$ donc $v_{n+1}-v_n>0$ pour tout $n\in\mathbb{N}$, La suite (v_n) est donc croissante.	**1**
	3.	Démontrons par récurrence que $\mathcal{P}(n)$: $v_n\geq 2n-2$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}$. Initialisation pour $n=0$: $v_0=-2$ et $2n-2=-2$ donc $v_0\geq 2\times 0-2$ donc $\mathcal{P}(0)$ est vraie. Hérédité : On suppose que $\mathcal{P}(n)$: $v_n\geq 2n-2$ est vraie pour $n\in\mathbb{N}$ fixé $v_n\geq 2n-2$ $\Leftrightarrow v_n+2n+2\geq 2n-2+2n+2$ $\Leftrightarrow v_{n+1}\geq 4n$ or $4n-[2(n+1)-2]=4n-[2n+2-2]=4n-2n=2n\geq 0$ donc $4n\geq[2(n+1)-2]$ et donc $v_{n+1}\geq 2(n+1)-2$ donc $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie Par conséquent : $v_n\geq 2n-2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.	**2**
	4.	Puisque $\lim\limits_{n\to+\infty} 2n-2=+\infty$, on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$, La suite (v_n) est donc divergente.	**1**
Exercice 2.	**1.**	$z_1+z_2=2-5i-1-3i=1-8i$	**0,5**
		$z_1-z_2=2-5i-(-1-3i)=2-5i+1+3i=3-2i$	**0,5**
	2.	$z_2\times z_3=(-1-3i)\times(1-2i)=-1+2i-3i+6i^2=-1-i-6$ $=-7-i$	**1**
		$z_3^2=(1-2i)^2=1-4i+4i^2=1-4i-4=-3-4i$	**1**
	3.	$\dfrac{z_1}{z_3}=\dfrac{2-5i}{1-2i}=\dfrac{(2-5i)\times(1+2i)}{(1-2i)\times(1+2i)}=\dfrac{2+4i-5i-10i^2}{1^2-4i^2}=\dfrac{2-i+10}{1+4}$ $=\dfrac{12-i}{5}$	**1**
Exercice 3.	**1.**	$z^2+2z+4=0$ $\Delta=4-4\times 1\times 4=4-16=-12<0$ Il y a alors deux solutions complexes conjuguées : $z_1=\dfrac{-2-i\sqrt{12}}{2}=\dfrac{-2-i\sqrt{4\times 3}}{2}=\dfrac{-2-2i\sqrt{3}}{2}=\dfrac{-2}{2}-\dfrac{2i\sqrt{3}}{2}$ $=-1-i\sqrt{3}$ et $z_2=-1+i\sqrt{3}$	**1**

<table>
<tr><td rowspan="3">Exercice 3.</td><td rowspan="2">2.</td><td>$z_C = -2i\times z_A = -2i\times(-1+i\sqrt{3}) = 2i - 2i^2\sqrt{3} = 2i + 2\sqrt{3}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>

$|z_A| = |-1+i\sqrt{3}| = \sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$z_A = 2\left(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

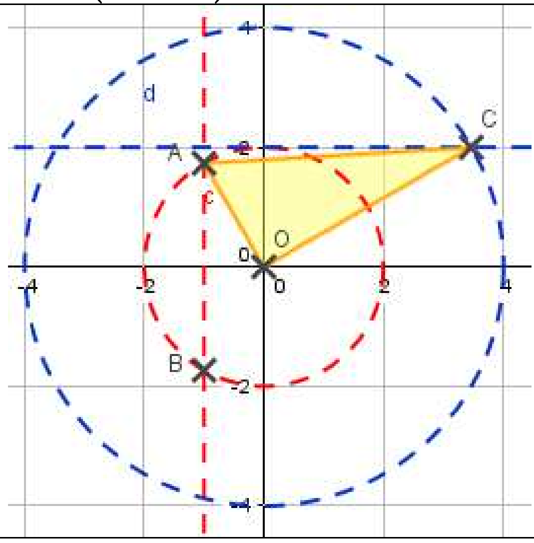


$z_B = \overline{z_A} = 2\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$

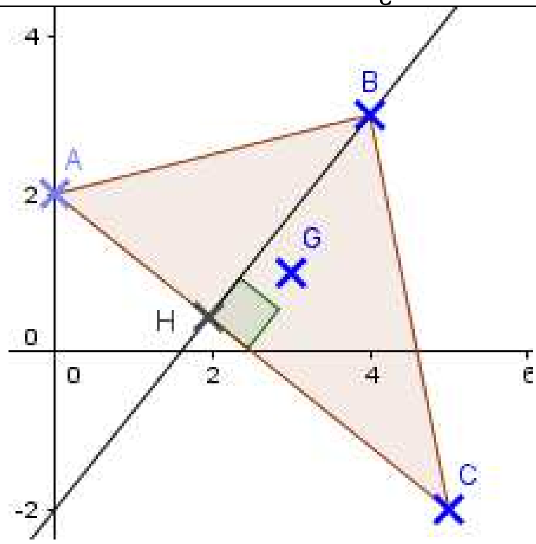
$|z_C| = |2i+2\sqrt{3}| = \sqrt{2^2+4\times\sqrt{3}^2} = \sqrt{4+4\times 3} = \sqrt{16} = 4$

$z_C = 4\left(\frac{2i}{4}+\frac{2\sqrt{3}}{4}\right) = 4\left(\frac{i}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>



</td><td>0,5</td></tr>
</table>

	4.	$\arg(z_A) = \frac{2\pi}{3}\ [2\pi] = (\vec{u}; \overrightarrow{OA})$ et $\arg(z_C) = \frac{\pi}{6}\ [2\pi] = (\vec{u}; \overrightarrow{OC})$ $(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OA}) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ Le triangle OAC est donc rectangle en O.	1
Exercice 4.	**a)**	FAUX car le conjugué de $\frac{z}{i}$ est $\overline{\left(\frac{z}{i}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{i}} = \frac{\bar{z}}{-i} \neq \frac{\bar{z}}{i}$	1
	b)	FAUX car $\overline{z + iz'} = \bar{z} + \bar{i} \times \bar{z'} = \bar{z} - i\bar{z'} \neq z - iz'$ par exemple : $z = 1 + i$ et $z' = 2 - i$, $\left.\begin{matrix} \text{on a } z + iz' = 1 + i + 2i - i^2 = 2 + 3i \\ \text{et } z - iz' = 1 + i - 2i + i^2 = -i \end{matrix}\right\}$ ils ne sont pas conjugués.	1
	c)	VRAI car si $z \neq 0, \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{\bar{z} + z}{z\bar{z}} = \frac{x - iy + x + iy}{(x - iy)(x + iy)} = \frac{2x}{x^2 + y^2} \in \mathbb{R}$	1
	d)	VRAI car l'inverse de i est $\frac{1}{i} = \frac{i}{i^2} = -i$	1
Exercice 5.	**1.**	G est le centre de gravité du triangle ABC donc $z_G = 3 + i = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2i + 4 + 3i + z_C}{3}$ $\Leftrightarrow 9 + 3i = 4 + 5i + z_C$ $\Leftrightarrow z_C = 9 + 3i - 4 - 5i = 5 - 2i$	1
	2.	 Posons $H(x; y)$ $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 3 \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ On a donc $5(x - 4) - 4(y - 3) = 0$ $\Leftrightarrow 5x - 20 - 4y + 12 = 0$ $\Leftrightarrow 5x - 4y = 8$ De plus, $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} x \\ y - 2 \end{pmatrix} // \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$ On a donc $-4x - 5(y - 2) = 0$ $\Leftrightarrow -4x - 5y = -10$	1

		$\begin{cases} 5x-4y=8 \\ -4x-5y=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x-16y=32 \\ -20x-25y=-50 \end{cases}$ $-41y=-18 \Leftrightarrow y=\frac{18}{41}$ $\begin{cases} 5x=4y+8 \\ y=\frac{18}{41} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=4\times\frac{18}{41}+8=\frac{72+328}{41}=\frac{400}{41} \\ y=\frac{18}{41} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{400}{5\times41}=\frac{80}{41} \\ y=\frac{18}{41} \end{cases}$	