EXERCICE 1. (7 points)

▶1. On étudie la fonction $f(x) = (3-2x)^4$ définie sur $\mathbb{R}$.
Dresser le tableau de variations de la fonction f, on précisera les limites.

▶2. a) Etudier les variations de la fonction $h(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)^3}$ définie sur $\mathbb{R}$.

b) La courbe de h admet-elle une ou des asymptotes ?

▶3. Soit la fonction $g(x) = \sqrt{\cos(x)}$ définie sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$
La fonction g admet-elle un extremum ? si oui, quelle est sa valeur ? On démontrera sa réponse.

EXERCICE 2. (5 points)

Cet exercice est un QCM, aucune justification n'est demandée. Cocher les réponses exactes.

Question n°1 :

La forme trigonométrique du nombre complexe $z = -2 + 2i\sqrt{3}$ est	*Réponse A*	$z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3}\right)$
	Réponse B	$z = 4\left(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3}\right)$
	Réponse C	$z = 4\left(\cos\frac{-4\pi}{3} + i\sin\frac{-4\pi}{3}\right)$
	Réponse D	$z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

Question n°2:

Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$, le nombre complexe $z^2 - 4z$ est égal à	*Réponse A*	$-6\bar{z}$
	Réponse B	$-6 - 4i\sqrt{3}$
	Réponse C	$2\bar{z} - 8$
	Réponse D	$-3 - \sqrt{3} - 4i\sqrt{3}$

Question n°3 :

L'équation $z^2 - z\bar{z} + 1 = 0$	*Réponse A*	n'admet aucune solution
	Réponse B	admet une unique solution
	Réponse C	admet exactement deux solutions
	Réponse D	admet une infinité de solutions

Question n°4 :

On désigne par E et F les points d'affixes respectives $z_E = \sqrt{3} - i$ et $z_F = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$, on a alors :	*Réponse A*	les points E et F appartiennent au même cercle de centre O
	Réponse B	le triangle OEF est rectangle
	Réponse C	le triangle OEF est isocèle
	Réponse D	le triangle OEF est rectangle et isocèle

Question n°5 :

Pour tout nombre complexe $z \neq 1$, on note z' le nombre complexe $z' = \dfrac{1-z}{\bar{z}-1}$ alors le nombre $\dfrac{z'-1}{z-1}$ est :	*Réponse A*	un nombre réel
	Réponse B	un nombre imaginaire pur
	Réponse C	égal à $\dfrac{2 - 2\times\mathcal{R}e(z)}{\lvert z\rvert^2 - 2\times\mathcal{R}e(z) + 1}$
	Réponse D	égal à $\dfrac{-2z}{(\bar{z}-1)(z-1)}$

EXERCICE 3. (6 points)

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$ définie sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2};0\right[\cup]0;+\infty[$.

▶1. Démontrer que pour tout $x \in \left[-\dfrac{1}{2};0\right[\cup]0;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1+2x}+1}$.

▶2. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. La fonction f admet-elle une asymptote ?

▶3. Démontrer que pour tout $x \left]-\dfrac{1}{2};0\right[\cup]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1+2x}\left(\sqrt{1+2x}+1\right)^2}$.

En déduire le tableau de variations de f.

▶4. Définissons la fonction g par $g(x) = f(x)$ pour tout $x \in \left[-\frac{1}{2}\,;0\right[\cup]0\,;+\infty[$ et $g(0) = a$. Quelle valeur doit-on donner à a pour que g soit continue sur $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$?

EXERCICE 4. (2 points)

Vous devez **déterminer si les affirmations sont vraies ou fausses** en démontrant vos réponses.

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$

a. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.

b. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x) = 0$.