

**EXERCICE 1. (8 points)**

Les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) se répartissent en 3 filières :

- la filière scientifique (S) représente 61,5% des étudiants de CPGE,
- la filière économique et commerciale (ES) contient 24% des étudiants de CPGE,
- le reste des étudiants appartient à la filière littéraire (L).

« En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30%) alors qu'on est **proche** de la parité dans les classes économiques et commerciales. ».

Parmi tous les inscrits en CPGE, la proportion de fille est 42,7%. On interroge au hasard un étudiant en CPGE, on considère les événements  $F$ ,  $S$ ,  $ES$  et  $L$  suivants :

- $F$  : l'étudiant interrogé au hasard est une fille ;
- $S$  : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière  $S$  ;
- $ES$  : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière  $ES$  ;
- $L$  : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière  $L$ .

►1. Déterminer  $P(S)$ ,  $P(ES)$ ,  $P_L(F)$ ,  $P_S(F)$  et  $P(F)$ . Dessiner un arbre pondéré traduisant cette situation, on le complétera au fur et à mesure de l'exercice.

►2. a) Calculer la probabilité que la personne interrogée au hasard soit une fille inscrite en  $L$ .

b) Calculer la probabilité de l'événement  $F \cap S$ .

c) En déduire la probabilité de l'événement  $F \cap ES$ .

►3. Sachant que la personne interrogée au hasard est inscrite en  $ES$ , quelle est la probabilité qu'elle soit une fille ?

►4. Sachant que la personne interrogée au hasard est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite en  $L$  ?

**EXERCICE 2. (12 points)**

**Partie A.** Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (1 - x)e^x$ .

►1. Déterminer, en justifiant, les limites de la fonction  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

►2. Etudier les variations de la fonction  $g$ .

►3. Calculer  $g(1)$ . En déduire le signe de la fonction  $g$  en fonction de  $x \in \mathbb{R}$ .

**Partie B.** Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$ .

►1 a) Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $-\infty$ .

b) Déterminer, en justifiant, la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .

c) La courbe de  $f$  admet-elle une ou des asymptotes horizontales ou verticales ?

►2 a) Démontrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ .

b) En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$ .

**Partie C.** Démontrer que la droite d'équation  $y = \frac{1}{2}x + 1$  et la courbe de  $f$  ont trois points d'intersection. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.