① Autoévaluation QCM

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$. On considère l'algorithme ci-contre.

```
Variables : n est un entier naturel
            u est un réel positif
Initialisation : Demander la valeur de n
                 Affecter à u la valeur 1
Traitement : Pour i variant de 1 à n :
               Affecter à u la valeur √2u
Fin de Pour
Sortie : Afficher u
```

►1. Une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat qu'affiche cet algorithme lorsque l'on choisit $n = 3$ est :

$A.$ 1,6818 $B.$ 1,834 $C.$ 1,9152 $D.$ 3

►2. Cet algorithme permet de calculer :

$A.$ La valeur du n^e terme de la suite (u_n). $B.$ La valeur du n^e indice de la suite (u_n).

$C.$ La valeur 1. $D.$ La valeur de u tel que $u = \sqrt{2u}$.

►3. Quel algorithme permet d'afficher en sortie la plus petite valeur de n telle que $u_n > 1{,}999$?

Algorithme A	**Algorithme B**	**Algorithme C**	**Algorithme D**
u prend la valeur 1	u prend la valeur 1	u prend la valeur 1	u prend la valeur 1
n prend la valeur 0	n prend la valeur 0	n prend la valeur 0	n prend la valeur 0
Tant que $u_n \leq 1{,}999$	Tant que $u_n < 1{,}999$	Tant que $u_n \leq 1{,}999$	Tant que $u_n \leq 1{,}999$
u prend la valeur $\sqrt{2u}$	n prend la valeur $n+1$	n prend la valeur $n+1$	n prend la valeur $n+1$
Fin tant que	u prend la valeur $\sqrt{2u}$	u prend la valeur $\sqrt{2u}$	u prend la valeur $\sqrt{2u}$
Afficher n	Fin tant que	Fin tant que	Afficher n
	Afficher u	Afficher n	Fin tant que

►4. A l'aide d'un algorithme, la plus petite valeur de n telle que $u_n > 1{,}99999$ est :

$A.$ 11 $B.$ 10 $C.$ 17 $D.$ 18

►5. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n. Parmi les algorithmes suivants, lequel convient ?

Algorithme A	**Algorithme B**	**Algorithme C**	**Algorithme D**
Lire n	Lire n	Lire n	Lire n
u prend la valeur 1	Pour i allant de 1 à n	u prend la valeur 1	u prend la valeur 1
Pour i allant de 1 à n	u prend la valeur 1	Pour i allant de 1 à n	Pour i allant de 1 à n
u prend la valeur $\sqrt{2u}$	Afficher u	Afficher u	Afficher u
Fin pour	u prend la valeur $\sqrt{2u}$	u prend la valeur $\sqrt{2u}$	u prend la valeur $\sqrt{2u}$
Afficher u	Fin pour	Fin pour	Fin pour
			Afficher u

② Exercices

Piste Verte

Exercice V1.

On étudie la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = \sqrt{4n+1} - \sqrt{n}$.

Créer un algorithme qui permet de calculer u_N pour un entier N choisi par l'utilisateur.

Exercice V2.

On étudie la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$v_{n+1} = \frac{2v_n+1}{v_n+1} \text{ et } v_0 = 0.$$

a) Grâce à un algorithme, calculer v_{30}.

b) Créer un algorithme qui permet de calculer v_N pour un entier N choisi par l'utilisateur.

Piste Bleue

Exercice B1.

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{n^2}{n^2+2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

```
n prend la valeur 0
Tant que 1 − u_n ≥ 0,001
n prend la valeur n + 1
u prend la valeur n²/(n²+2)
Fin tant que
Afficher n
```

a) A quoi sert l'algorithme ci-contre ?

b) Modifier cet algorithme pour que l'utilisateur puisse choisir la valeur P pour que $1 - u_n < 10^{-P}$.

c) A l'aide de l'algorithme modifié, conjecturer la limite de la suite (u_n).

Exercice B2.

La suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Ecrire un algorithme affichant, pour un entier naturel N donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang N.

b) Compléter l'algorithme ci-contre afin qu'il affiche le rang à partir duquel $|v_n - L| < 10^{-P}$ où P est un nombre choisi par l'utilisateur.

```
n prend la valeur
v prend la valeur
Tant que
n prend la valeur
v prend la valeur
Fin tant que
Afficher n
```

Piste Rouge

Exercice R1.

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{3\sqrt{n}+1}{n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

a) A l'aide d'un algorithme, conjecturer la limite de la suite (u_n).

b) Ecrire un algorithme qui permette de déterminer le rang à partir duquel $|u_n - L| < 10^{-P}$ où P est un nombre choisi par l'utilisateur.

Exercice R2.

Une ville a organisé à partir du 1er janvier 2012, la récupération du verre usagé. Elle a récolté 200 tonnes de verre. Chaque année, la quantité de verre récupéré par la ville augmente de 5%. Pour n entier naturel, on note u_n la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année $(2012 + n)$. A l'aide d'un algorithme, calculez au bout de combien d'années, la quantité de verre récupéré aura été multipliée par 5 ainsi que la somme de toutes les tonnes de verre récupéré entre 2012 et 2045.