Exercice 1.

Pour chacune des suites, conjecturer la limite de (u_n), si elle existe, quand n devient infiniment grand (c'est-à-dire quand n tend vers $+\infty$).

▶1. $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

▶2. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 3n^2 - 5$

▶3. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \dfrac{4n-1}{n+1}$

▶4. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-2)^n$

Exercice 2.

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 3 - 5n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

▶1. Calculer quelques termes de la suite.

▶2. Conjecturer la valeur limite de la suite (u_n).

▶3. Déterminer le premier entier n pour lequel on a $u_n < -10^3$.

▶4. Déterminer à partir de quel rang on a $u_n < -10^9$.

▶5. Quel que soit le seuil $A < 0$, est-il possible de déterminer un rang à partir duquel $u_n < A$?

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par récurrence par

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{u_n}{3} + 5 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

▶1. Calculer quelques termes de la suite.

▶2. En utilisant un ordinateur, donner un tableau des valeurs approchées à 10^{-3} près de u_1 à u_{10}. Conjecturer la valeur limite de la suite (u_n).

▶3. En utilisant un algorithme déterminer le premier entier n pour lequel on a

$$u_n > 7{,}499999.$$

Exercice 4.

On considère la suite (u_n) définie par récurrence par

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

▶1. Calculer quelques termes de la suite et conjecturer sa limite éventuelle.

▶2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n^2 - 4$. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. En déduire la limite de la suite (v_n) puis celle de (u_n).