

Exercice 1.

La suite (w_n) est définie sur \mathbb{N}^* par $w_n = -(n + 1)^2$.

- a) Démontrer, à l'aide de la définition, la limite de la suite (w_n) .
- b) A partir de quel rang $N \in \mathbb{N}$, a-t-on $w_n < -10^{10}$?

Exercice 2.

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par $u_n = \frac{1}{3n+2}$.

- a) Démontrer, à l'aide de la définition, la limite de la suite (u_n) .
- b) A partir de quel rang N la distance entre v_n et sa limite l est-elle strictement inférieure à 10^{-3} ?

Exercice 3.

La suite (v_n) est définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{2n+1}{n+4}$.

- a) Démontrer, à l'aide de la définition, la limite de la suite (v_n) .
- b) A quoi sert l'algorithme ci-contre ?
- c) Modifier cet algorithme pour que l'utilisateur puisse choisir la valeur P pour que $|v_n - 2| < 10^{-P}$.

```

▼ VARIABLES
  └─ N EST_DU_TYPE NOMBRE
  └─ P EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  └─ N PREND_LA_VALEUR 0
  └─ TANT_QUE (abs(((2*N+1)/(N+4))-2))>=0.001 FAIRE
    └─ DEBUT_TANT_QUE
      └─ N PREND_LA_VALEUR N+1
      └─ FIN_TANT_QUE
    └─ AFFICHER N
  └─ FIN_ALGORITHME
  
```

Exercice 4.

- 1. Démontrer que toute suite (u_n) convergente est bornée.
- 2. Une suite divergente est une suite qui ne converge pas. Toutes les suites divergentes ont-elles une limite infinie ? Justifier.

Exercice 5.

Répondre par VRAI ou FAUX en justifiant :

- 1. Si une suite n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$.
- 2. Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle n'est pas majorée.

Exercice 6. Voici quatre propositions :

P1 : « Pour tout n entier naturel, $3^n > 3n + 1$ »

P2 : « Pour tout n entier naturel, $3^n \leq 3n + 1$ »

P3 : « Il existe au moins un entier naturel n tel que $3^n \leq 3n + 1$ »

P4 : « Il existe un unique entier naturel n tel que $3^n \leq 3n + 1$ »

- 1. Pour chacune d'elles, dire en justifiant si elle est vraie ou fausse.
- 2. L'une des trois dernières est la négation de la propriété P1. Laquelle ?