

Problème

Les pages d'un livre sont toutes numérotées.

Mathieu a additionné tous les numéros des pages mais il s'est trompé, il a compté une page deux fois et il a trouvé 2014.

Quelle page a été comptée deux fois et combien de pages possède le livre au total ?

Soit $n \in \mathbb{N}$ le nombre total de pages du livre et $k \in \mathbb{N}$ la page comptée deux fois.

On sait que $1 \leq k \leq n$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n + k = 2014$$

$$\sum_{i=1}^n i + k = 2014$$

Rappel somme des n premiers entiers (ROC de 1reS) :

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + k = 2014$$

$$n^2 + n + 2k - 4028 = 0$$

On obtient un polynôme de degré 2 dont l'inconnue est un nombre entier naturel (équation diophantienne)

$$\Delta = \sqrt{1 - 4(2k - 4028)} = \sqrt{16113 - 8k}$$

On cherche alors les valeurs de k qui font de $16113 - 8k$ un carré parfait.

VARIABLES

k est réel

DEBUT DE L'ALGORITHME

Pour k allant de 1 à 200

D prend la valeur $\sqrt{16113 - 8k}$

Si la partie entière de D est égale à D

Alors afficher k

Afficher $(-1 + D)/2$

Fin SI

Fin Pour

FIN DE L'ALGORITHME

Conclusion ...